



Developing A Cause Selecting Control Chart for Monitoring Two-Stage Processes with Poisson Quality Characteristic

A. Amiri^{*}, A. Asgari & Y. Zerehsaz

Amirhossein Amiri, Assistant professor of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Shahed university, Tehran, Iran, amiri@shahed.ac.ir
Ali Asgari, M.Sc. Student Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Shahed university, Tehran, Iran a.asgari@shahed.ac.ir
Yaser Zerehsaz, Department of Industrial Engineering, Islamic Azad University Tehran, Iran, yaserzerehsaz@yahoo.com

Keywords

Multistage processes,
Cascade property,
Cause selecting control chart,
Generalized linear model,
Link function

ABSTRACT

Nowadays, most of products are the results of different dependent process steps. Due to the cascade property in most of these processes, using the traditional control charts for monitoring these processes is not suitable. To solve this problem, Cause selecting Charts (CSCs) are developed to monitor multistage processes. These control charts have usually been developed when quality characteristics follow normal distribution. However, sometimes other distributions rather than normal can characterize quality characteristics. In this paper a cause selecting control chart based on the standardized residuals of a generalized linear model is developed to monitor a two-stage process with a Poisson distributed quality characteristic in the second stage. The performance of the proposed control chart is investigated in terms of average run length criterion under two different link functions in comparison with the best method in the literature. The results show the better performance of the proposed control chart in detecting increasing shifts. Finally, the performance of the proposed method in practice is evaluated through a case and acceptable results are obtained.

© 2013 IUST Publication, IJIIEPM. Vol. 24, No. 2, All Rights Reserved

^{*} **Corresponding author.** Amirhossein Amiri
Email: amiri@shahed.ac.ir

توسعه یک نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف برای پایش فرآیندهای دو مرحله‌ای با مشخصه کیفی پواسون

امیرحسین امیری^{*}، علی عسگری و یاسر زره ساز

چکیده:

کلمات کلیدی

امروزه بیشتر محصولات تولیدی، در طی مراحل مختلف به هم وابسته از فرآیند بوجود می‌آیند. بدلیل وجود خاصیت آبخاری در اغلب اینگونه از فرآیندها، پایش آنها با استفاده از نمودارهای کنترلی مرسوم، باعث بوجود آمدن خطاهای غیر قابل اجتناب و تصمیم‌گیری‌های اشتباه می‌شود، یکی از نمودارهای کاربردی و تخصصی برای پایش فرآیندهای چند مرحله‌ای، نمودارهای انتخاب عامل انحراف می‌باشد. اینگونه از نمودارها بیشتر برای مشخصه‌های کیفی نرمال مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در این مقاله یک فرآیند دو مرحله‌ای در شرایطی که مشخصه کیفی در مرحله دوم دارای توزیع پواسون است، مورد بررسی قرار گرفته است و برای پایش این مشخصه کیفی یک نمودار انتخاب عامل انحراف توسعه داده شده که آماره آن مقادیر باقیمانده استاندارد شده حاصل از مدل خطی تعمیم یافته می‌باشد. برای بررسی عملکرد این نمودار از شاخص متوسط طول دنباله استفاده شده و عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی تحت دو نوع تابع رابط متفاوت با بهترین روش موجود در ادبیات مقایسه شده است. نتایج نشان دهنده عملکرد بهتر نمودار کنترل پیشنهادی در کشف تغییرات افزایشی است. در نهایت عملکرد روش پیشنهادی با استفاده از یک مثال موردی مورد بررسی قرار گرفته و نتایج قابل قبولی بدست آمده است.

فرآیندهای چند مرحله‌ای
خاصیت آبخاری
نمودار انتخاب عامل انحراف
مدل‌های خطی تعمیم یافته
تابع رابط

۱. مقدمه

بیشتر محصولاتی که امروزه تولید می‌شوند حاصل مراحل مختلفی از فرآیند هستند. نمونه واقعی از اینگونه از فرآیندها، فرآیندهای مونتاژ می‌باشد که در آنها قطعات در طی مراحل مختلف به هم پیوسته به یکدیگر متصل شده و محصول نهایی را بوجود می‌آورند. همانطور که مشخص است از اینگونه از فرآیند

ها، مشخصه کیفی در هر مرحله به مشخصه‌های کیفی مراحل قبل خود وابسته است و اگر در یک مرحله از فرآیند، محصول از کیفیت مناسبی برخوردار نبود، نمی‌توان نتیجه‌گیری کرد که این کیفیت نامطلوب فقط ناشی از کیفیت نامطلوب فرآیند در آن مرحله است بلکه ممکن است ناشی از کیفیت ضعیف مراحل قبلی باشد.

به اینگونه ارتباط که بین مشخصه کیفی هر مرحله با مشخصه‌های کیفی مراحل قبل وجود دارد، خاصیت آبخاری^۲ می‌گویند. بدلیل ارتباطی که در اینگونه از فرآیندها، بین مراحل مختلف وجود دارد، استفاده از نمودارهای کنترلی مرسوم شواهدی بدلیل اینکه شرط استفاده از این نمودارها استقلال مشخصه‌های کیفی است، مناسب نمی‌باشد. همچنین برای پایش اینگونه از فرآیندها استفاده از نمودارهای کنترلی چند متغیره مثل T^2 هتلینگ

تاریخ وصول: ۹۰/۳/۲۲

تاریخ تصویب: ۹۰/۱۲/۸

^{*}نویسنده مسئول مقاله: دکتر امیرحسین امیری، استادیار و عضو هیئت علمی گروه مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد، تهران- بلوار خلیج فارس. ایمیل: amiri@shahed.ac.ir

علی عسگری: دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد. ایمیل: a.sgari@shahed.ac.ir

یاسر زره ساز: فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد- واحد تهران جنوب. ایمیل: yaserzerehsaz@yahoo.com

² Cascade property

مناسب به نظر نمی رسد زیرا اینگونه از نمودارها تنها می توانند حالت خارج کنترل را نشان دهند و مشخص نمی کنند که مشخصه کیفی کدام مرحله خارج کنترل است (وید و وودال ۱۹۹۳).

برای کنترل فرآیندهای چند مرحله ای رویکردهای مختلفی وجود دارد که مهمترین رویکرد آن استفاده از نمودارهای کنترلی انتخاب عامل انحراف^۱ می باشد که اولین بار توسط ژانگ (۱۹۸۴) معرفی شد و بعدها نیز خود او به بسط و گسترش آن پرداخت (۱۹۸۵a، ۱۹۸۵b، ۱۹۸۹a، ۱۹۸۹b، ۱۹۹۲). لوکاس و ساکوسی (۱۹۹۰) استفاده از آماره نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی را برای کنترل مقادیر باقیمانده پیشنهاد کردند و نمودار خود را EWMA CSC نامیدند.

وید و وودال (۱۹۹۳)، CSC جدیدی را معرفی کردند که در آن بجای استفاده از حدود کنترل ژانگ (۱۹۸۴)، از حدود کنترل پیشگویی استفاده شده است. آنها نشان دادند که حدود پیشگویی در تغییراتی که در $E(Y|X)$ رخ می دهد بهتر از حدود کنترل ژانگ (۱۹۸۴) عمل می کند. هاوکینز (۱۹۹۱ و ۱۹۹۳) نوعی از نمودارها بنام نمودارهای مبتنی بر تعدیل رگرسیون را که شبیه نمودار انتخاب عامل انحراف است ارائه کرد. هاوکینز (۱۹۹۱) در تحقیق اول خود به مدل کردن چندین مشخصه کیفی به هم وابسته پرداخت بطوری که خاصیت آبخاری در فرآیند دیده نمی شود یعنی تغییر در یکی از پارامترها بر پارامترهای دیگر اثرگذار نیست.

هاوکینز (۱۹۹۳) خاصیت آبخاری را نیز مدنظر قرار داد. هاک و همکاران (۱۹۹۹) به بسط مدل هاوکینز (۱۹۹۱) پرداختند و آن را توسعه دادند با این فرض که در هر مرحله از فرآیند چندین مشخصه کیفی وجود دارد. تی سانگ و همکاران (۲۰۰۴) یک فرآیند دو مرحله ای را که در آن مشخصه کیفی در مرحله دوم تابعی از چندین مشخصه کیفی در مرحله اول می باشد را با درنظر گرفتن عدم قطعیت بودن پارامترهای مدل مورد بررسی قرار دادند.

تی سانگ و همکاران (۲۰۰۵) به بررسی اثر تخمین خطا بر روی نمودارهای انتخاب عامل انحراف پرداختند و نشان دادند که نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف با حدود پیشگویی عملکرد بهتری نسبت به حدود کنترل ژانگ (۱۹۸۴) از خود نشان می دهد. سولک و همکاران (۲۰۰۶) از نمودار انتخاب عامل انحراف برای کنترل یک فرآیند خدمت دهی که در آن خاصیت آبخاری دیده می شود، استفاده کردند. همچنین تی سانگ و همکاران (۲۰۰۸) نیز به بررسی و کنترل یک فرآیند چند مرحله ای خدمت دهی

پرداختند. اسدزاده و همکاران (۲۰۰۹a) فرض کردند که در داده های گذشته که به منظور برقراری رابطه رگرسیونی از آنها استفاده می شود، داده های دورافتاده^۲ نیز وجود دارد. آنها برای برازش رابطه رگرسیونی از تکنیک های استوار برای تخمین پارامترها استفاده نمودند و نمودارهای انتخاب عامل انحراف را برای کنترل فرآیند در این شرایط پیشنهاد کردند. اسدزاده و همکاران (۲۰۰۹b) برای برقراری رابطه رگرسیونی و تخمین پارامترها از تکنیک استوار دیگری که متفاوت با تکنیک قبلی آنها بود، استفاده نمودند و با مقایسات بعمل آمده نشان دادند که نمودار پیشنهادیشان بهترین عملکرد در هنگام وجود داده های دورافتاده را از خود نشان می دهد. همچنین اسدزاده و همکاران (۲۰۰۸) مرور ادبیاتی در زمینه نمودارهای انتخاب عامل انحراف و نمودارهای مبتنی بر مدل انجام داده اند.

در بسیاری از مطالعات انجام شده در زمینه فرآیندهای چند مرحله ای فرض نرمال بودن مشخصه های کیفی وجود دارد. اما همیشه در عمل اینطور نیست و مشخصه های کیفی هر یک از مراحل ممکن است از توزیعی غیر از توزیع نرمال پیروی کنند. در همین راستا اولین تحقیقی که در این زمینه انجام شد توسط جرکاپورن و همکاران (۲۰۰۳) صورت گرفت با این فرض که متغیر خروجی از توزیع گاما پیروی می کند. در این مقاله از باقیمانده های انحراف که یک آماره نسبت درستیابی می باشد، جهت کنترل فرآیند استفاده شده است. جرکاپورن و همکاران (۲۰۰۵) فرض کردند که در داده های گذشته که به منظور برازش رابطه رگرسیونی از آنها استفاده می شود، داده های پرت نیز وجود دارد. آنها در مقاله خود برای اینگونه از داده ها مدل خطی تعمیم یافته استوار^۳ را پیشنهاد کرده اند. جرکاپورن و همکاران (۲۰۰۷) یک فرآیند سه مرحله ای بهم وابسته هنگامی که متغیر خروجی ترکیبی از متغیرهای نرمال، گاما و پواسون است را در نظر گرفتند و به بررسی تغییرات در آنها پرداختند.

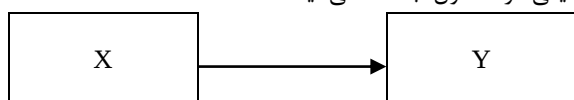
اسکینر و همکاران (۲۰۰۳) یک فرآیند دو مرحله ای را در شرایطی که مشخصه کیفی در مرحله دوم از نوع پواسون است را مورد بررسی قرار دادند و جهت کنترل فرآیند، از آماره باقیمانده های انحراف که از رابطه (۱) بدست می آید، استفاده کردند. لازم به ذکر است که برای تشکیل این آماره از روش برآورد تابع درستیابی و آزمون فرض استفاده شده است. آنها برای برقراری رابطه رگرسیونی مشخصه های کیفی بین دو مرحله از تابع رابط لگاریتم استفاده نمودند. آماره پیشنهادی توسط آنها در رابطه (۱) آورده شده است:

² Outlier

³ Robust Generalized Linear Model_Robust GLM

¹ Cause Selecting Control Chart_CSC

می باشد و مشخصه کیفی مرحله دوم (Y) این فرآیند نیز از توزیع پواسون پیروی می کند و پارامتر میانگین آن نیز با استفاده از مدل خطی تعمیم یافته به صورت تابع رگرسیونی از مشخصه کیفی مرحله اول بدست می آید.



شکل ۱. شمای کلی فرآیند دو مرحله ای

در ادامه نحوه برازش مدل خطی تعمیم یافته بر داده های در دسترس X و Y به منظور تخمین رابطه رگرسیونی بین این دو مشخصه کیفی توضیح داده شده است.

۲-۱. مدل خطی تعمیم یافته

از آنجایی که مشخصه کیفی در مرحله دوم که نقش متغیر خروجی را دارد، دارای توزیع پواسون می باشد، نمی توان از روش حداقل مربعات برای تخمین رابطه بین دو متغیر خروجی و متغیر مستقل (پیش بینی کننده) استفاده نمود. در این حالت می توان از مدل های خطی تعمیم یافته^۱ استفاده کرد.

مدل های خطی تعمیم یافته برای مواقعی که متغیرها از خانواده توزیع های نمایی هستند، کاربرد فراوانی دارد. این خانواده نیز شامل توزیع های نرمال، دوجمله ای، پواسون، نمایی و گاما می باشند. هر یک از متغیرهای خروجی که از یکی از توزیع های ذکر شده پیروی می کنند، دارای تابع رابط^۲ مخصوص به خود می باشند.

این توابع رابط در واقع پارامتر میانگین آن توزیع را بصورتی با متغیرهای ورودی مرتبط می کنند. برای مواقعی که متغیر خروجی از توزیع پواسون پیروی می کند، چندین تابع رابط وجود دارد که هر یک از آنها ارتباط بین پارامتر متغیر خروجی و متغیرهای ورودی را بگونه ای متفاوت برقرار می کنند. برای داده های پواسون، توابع روابط موجود عبارتند از:

۱- تابع رابط لگاریتم^۳،

۲- تابع رابط ریشه دوم^۴ و

۳- تابع رابط معکوس^۵. در این تحقیق از دو تابع رابط لگاریتم و جذر (روابط (۳) و (۵)) برای برقرای ارتباط بین دو مشخصه کیفی استفاده شده است. لازم به ذکر است بررسیهای محققان نشان داد که تابع رابط معکوس از خود

$$r_h = \text{sign}[y_h - \exp(\mathbf{x}'\beta)] \left\{ 2 \left[y_h \ln \left(\frac{y_h}{\exp(\mathbf{x}'\beta)} \right) - [y_h - \exp(\mathbf{x}'\beta)] \right] \right\}^{1/2} \quad (۱)$$

حد کنترل بالای تعریف شده در رابطه (۱) به صورت رابطه (۲) تعریف شده است.

$$UCL = \bar{r}_j + k \sqrt{s_{r_j}^2} \quad (۲)$$

در این تحقیق فقط حد بالا در نظر گرفته شده است لذا این نمودار فقط برای کشف تغییرات افزایشی عملکرد خوبی از خود نشان می دهد.

در تحقیق بعدی نیز اسکینر و همکاران (۲۰۰۴) به بررسی نمودارهای کنترل مبتنی بر الگوی خطی تعمیم یافته جهت مدل کردن چندین ورودی و چندین خروجی که رابطه آنها متفاوت است، پرداخته اند. با این فرض که میانگین و واریانس متغیر پواسون با یکدیگر برابر نیستند.

در این مقاله یک فرآیند دو مرحله ای مد نظر قرار گرفته که مشخصه کیفی مرحله دوم از توزیع پواسون پیروی می کند. ضمناً فرض می شود که پارامترها معلوم و در فاز دوم تصمیم گیری هستیم. برای کنترل این مشخصه کیفی یک نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف پیشنهاد شده که آماره مرتبط با آن مقادیر باقیمانده استاندارد شده می باشد. عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی با استفاده از متوسط طول دنباله با عملکرد نمودار کنترل اسکینر و همکاران (۲۰۰۳) مقایسه شده است.

ساختار مقاله بدین صورت است که در بخش دوم از این تحقیق، به تشریح مسئله مورد نظر پرداخته شده است و توابع رابط مورد استفاده معرفی شده است. در بخش سوم نحوه ساخت نمودار کنترلی پیشنهادی و آماره آن ارائه شده است. در بخش چهارم به مقایسه عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی با نمودار کنترل ارائه شده توسط اسکینر و همکاران (۲۰۰۳) پرداخته شده است. در بخش پنجم یک مثال موردی برای بررسی عملکرد روش پیشنهادی ارائه شده است. در بخش نهایی نیز نتیجه گیری از کارهای انجام شده در این تحقیق ارائه شده است.

۲. تشریح مساله برازش مدل رگرسیون

فرض کنید که یک فرآیند دو مرحله ای به هم وابسته بصورت شکل (۱) وجود دارد که تغییر در پارامتر میانگین مشخصه کیفی مرحله اول بر مشخصه کیفی مرحله دوم اثرگذار است و این نشان از وجود خاصیت آبشاری در این فرآیند است. مشخصه کیفی مرحله اول (X) دارای توزیع نرمال با میانگین و واریانس مشخص

¹Generalized linear models

²Link function

³Log link

⁴Square root link

⁵Inverse link

(۸)، حدود کنترل متغیر آماره رابطه (۷) به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} UCL &= K\sqrt{\lambda_j} \\ LCL &= -K\sqrt{\lambda_j} \end{aligned} \quad (9)$$

با توجه به اینکه در این حالت حدود کنترلی بصورت متغیر می باشد، برای ثابت کردن حدود کنترل می توان از آماره استاندارد شده مقادیر باقیمانده به شکل رابطه (۱۰) استفاده کرد.

$$st_j = \frac{e_j}{\sqrt{\lambda_j}} \quad j = 1, \dots, n \quad (10)$$

در این حالت حدود کنترل متغیر به حدود کنترل ثابت به صورت رابطه (۱۱) تبدیل می شوند.

$$\begin{aligned} UCL &= K \\ LCL &= -K \end{aligned} \quad (11)$$

حدود کنترل رابطه (۱۱) با استفاده از شبیه سازی بگونه ای تعیین می شود که ARL_0 مشخصی بدست آید.

۴. مقایسه عملکرد روش پیشنهادی با روش اسکینر و همکاران (۲۰۰۳)

۴-۱. تشریح مثال

در یک سیستم تولیدی، یک فرآیند دو مرحله ای به هم وابسته وجود دارد که هر یک از مراحل دارای یک مشخصه کیفی می باشند.

مشخصه کیفی مرحله اول این فرآیند دارای توزیع نرمال و مشخصه کیفی مرحله دوم نیز از توزیع پواسون پیروی می کند. در این فرآیند اگر پارامتر مشخصه کیفی مرحله اول تغییر کند، این تغییر بر مشخصه کیفی مرحله دوم اثرگذار است و بنابراین خاصیت آبشاری در این فرآیند وجود دارد. یکی از نمودارهای پر کاربرد در این شرایط، نمودارهای کنترل انتخاب عامل انحراف می باشند. همچنین پارامتر میانگین مشخصه کیفی مرحله دوم با استفاده از تابع رابط به مشخصه کیفی مرحله اول مرتبط می شود. مشخصه کیفی مورد پایش در نمودارهای انتخاب عامل انحراف (مشخصه کیفی مرحله دوم) بگونه ای از متغیرهای ورودی فرآیند (مقادیر مشخصه کیفی مرحله اول) مستقل

عملکرد مناسبی نشان نمی دهد لذا از تشریح بیشتر آن اجتناب شده است.

$$\log(\mu) = \mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta} \quad (3)$$

اگر μ_j را مساوی λ_j قرار دهیم می توان نشان داد که

$$\lambda = e^{\mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta}} \quad (4)$$

تابع رابط جذر نیز در رابطه (۵) تعریف شده است:

$$\sqrt{\mu} = \mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta} \quad (5)$$

به طور مشابه با مساوی قرار دادن μ_j و λ_j و به توان ۲ رساندن دو طرف رابطه (۵)، رابطه (۶) به صورت زیر بدست می آید:

$$\lambda = (\mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta})^2 \quad (6)$$

در رابطه (۳) و (۶)، $\mathbf{X}^T$ ماتریس داده های مربوط به مشخصه کیفی مرحله اول به صورت $\mathbf{X}^T = (1, \mathbf{x}_1)$ می باشد که ۱ و $\mathbf{x}$ به ترتیب بردار یکه و بردار مقادیر مشخصه کیفی مرحله اول است. $\boldsymbol{\beta}$ بردار ضرایب رگرسیون GLM است که مشخصه کیفی مرحله دوم را به مشخصه کیفی مرحله اول مرتبط می کند.

۳. نمودار کنترل پیشنهادی

نمودار کنترل پیشنهادی در واقع تعمیمی از نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف می باشد. بدین صورت که ابتدا مقادیر باقیمانده ها با استفاده از رابطه (۷) محاسبه می شوند:

$$e_j = Y_j - \hat{Y}_j \quad j = 1, \dots, n \quad (7)$$

در رابطه (۷)، Y_j نشان دهنده مشاهده j ام مشخصه کیفی مرحله دوم است همچنین $\hat{Y}_j$ برابر با λ_j می باشد. حدود کنترل k انحراف معیار آماره e_j به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\begin{aligned} UCL &= E(e_j) + K\sigma_{e_j} \\ LCL &= E(e_j) - K\sigma_{e_j} \end{aligned} \quad j = 1, \dots, n \quad (8)$$

امید ریاضی متغیر e_j برابر با صفر و واریانس آن نیز λ_j می باشد. بنابراین با جایگذاری مقادیر امید ریاضی و انحراف معیار در رابطه

که $ARL_0 = 200$ برای هر دو نمودار بدست آید. جهت مقایسه عملکرد دو روش ۳ نوع تغییر به شرح زیر مد نظر قرار گرفته است:

۴-۲-۱. تغییر در پارامتر β_0

در این زیر بخش به مقایسه عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی و نمودار کنترل اسکینر و همکاران (۲۰۰۳) تحت اندازه تغییرات مختلف در پارامتر β پرداخته می شود. به عبارت دیگر عملکرد نمودار زمانی که β_0 به $\beta_0 \pm \lambda$ تغییر کند مورد بررسی قرار می گیرد. نتایج این شبیه سازی برای تغییرات افزایشی و کاهشی به ترتیب در جداول ۱ و ۲ نشان داده شده است. همچنین لازم به ذکر است که نمودار کنترل اسکینر و همکاران (۲۰۰۳) با نام نمودار r و نمودار پیشنهادی با نام نمودار Poisson CSC مشخص شده اند.

جدول ۱. نتایج شبیه سازی تحت تغییر β_0 به $\beta_0 + \lambda$

λ	r chart		Poisson CSC	
	ARL	Std_error	ARL	Std_error
۰	۱۹۹/۹۶۴۶	۲/۸۷۸	۱۹۹/۲۰۰۳	۲/۸۰۴۸
۰/۰۰۰۲	۱۹۶/۹۳۵۷	۲/۷۵۰۳	۱۹۶/۴۱۶۵	۲/۸۴۷۲
۰/۰۰۰۵	۱۸۱/۷۷۷۴	۲/۴۷۲۴	۱۸۰/۹۳۹۳	۲/۴۴۱۵
۰/۰۰۱	۱۴۶/۱۸۶۹	۱/۷۶۲۶	۱۴۴/۷۴۹۶	۱/۶۷۶۶
۰/۰۰۲	۷۲/۹۷۴۶	۰/۶۱۸۱	۷۲/۷۴۱۳	۰/۶۱۹۸
۰/۰۰۳	۳۹/۰۱۱۷	۰/۲۲۰۹	۳۸/۹۵۴۹	۰/۲۲۳۸
۰/۰۰۵	۱۶/۷۸۳۷	۰/۰۶۹۸	۱۶/۷۹۰۷	۰/۰۷۰۳
۰/۰۰۸	۸/۱۹۵۶	۰/۰۲۳۰	۸/۲۱۸۸	۰/۰۲۳۳
۰/۰۱	۵/۹۹۴۱	۰/۰۱۴۸	۶/۰۱۴۰	۰/۰۱۵۰
۰/۱	۱/۱۳۴۸	۰/۰۰۰۴	۱/۱۴۲۳	۰/۰۰۰۴

جدول ۲. نتایج شبیه سازی تحت تغییر β_0 به $\beta_0 - \lambda$

λ	r chart		Poisson CSC	
	ARL	Std_error	ARL	Std_error
۰	۱۹۹/۹۶۴۶	۲/۸۷۸۰	۱۹۹/۲۰۰۳	۲/۸۰۴۸
۰/۰۰۰۲	۱۹۷/۱۱۹۸	۲/۸۵۲۰	۱۹۷/۰۲۵۹	۲/۹۸۹۲
۰/۰۰۰۵	۱۸۲/۴۲۸۹	۲/۴۵۸۸	۱۸۲/۰۴۸۳	۲/۴۹۳۱
۰/۰۰۱	۱۴۶/۲۳۰۱	۱/۷۹۴۵	۱۴۷/۲۱۳۹	۱/۸۶۲۴
۰/۰۰۲	۷۲/۱۴۷۴	۰/۶۱۸۵	۷۲/۳۰۸۰	۰/۶۳۰۱
۰/۰۰۸	۸/۲۵۳۴	۰/۰۲۱۹	۸/۲۳۴۹	۰/۰۲۱۶
۰/۰۱	۶/۰۶۴۶	۰/۰۱۳۳	۶/۰۴۶۲	۰/۰۱۳۴
۰/۱	۱/۱۵۰۳	۰/۰۰۰۴	۱/۱۴۲۳	۰/۰۰۰۴

نتایج حاصل از شبیه سازی نشان می دهد که هر دو نمودار نسبت به کشف تغییر ها حساسیت بالایی از خود نشان می دهند و ARL در هر دو نمودار با افزایش اندازه تغییر سرعت کاهش می یابد. در این شرایط همانطور که از نتایج جداول ۱ و ۲

می شوند تا بتوان تصمیم گیری بهتری را در هنگام وجود انحرافات بادلایل اتخاذ نمود. در این مثال از دو تابع رابط لگاریتم و ریشه دوم استفاده شده است.

همچنین زمانی که فرآیند تحت کنترل است مقادیر β_0 و β_1 بترتیب ۳ و ۲ بوده و مشخصه کیفی مرحله اول (X) از توزیع نرمال با میانگین ۳ و انحراف معیار ۱ پیروی می کند. به منظور شبیه سازی مقادیر مشخصه کیفی مرحله دوم ابتدا از رابطه (۴) یا (۶) (بسته به تابع رابط) استفاده نموده و میانگین مشخصه کیفی مرحله دوم (λ) به ازای مقادیر مشخصه کیفی مرحله اول محاسبه می شود.

سپس مقادیر مشخصه کیفی مرحله دوم با استفاده از توزیع پواسون با پارامتر λ تولید می شوند. برای مقایسه عملکرد نمودار کنترلی پیشنهادی با نمودار کنترل اسکینر و همکاران (۲۰۰۳) از ۵۰۰۰ بار شبیه سازی استفاده شده است، حدود کنترل آماره پیشنهادی و آماره اسکینر و همکاران (۲۰۰۳) با استفاده از شبیه سازی به گونه ای تعیین شده است که ARL_0 برابر با ۲۰۰ بدست آید.

بعد از تعیین حدود کنترل آماره پیشنهادی و آماره اسکینر و همکاران (۲۰۰۳)، سه نوع تغییر به منظور بررسی عملکرد آنها در نظر گرفته شده است. این تغییر ها عبارتند از:

الف) تغییر افزایشی و کاهشی در پارامتر β_0

ب) تغییر افزایشی و کاهشی در پارامتر β_1

ج) تغییر افزایشی و کاهشی در میانگین مشخصه کیفی مرحله اول.

لازم به ذکر است که حدود کنترلی که در مقاله اسکینر و همکاران (۲۰۰۳) ارائه شد فقط برای کشف تغییرات افزایشی توسعه داده شده بود و لذا در این نمودار فقط از حد کنترل بالا استفاده شده بود. لیکن در این مقاله حدود کنترل بالا و پایین برای نمودار کنترل پیشنهادی اسکینر و همکاران (۲۰۰۳) در نظر گرفته شده است تا بتوان عملکرد این نمودار را در کشف تغییرات کاهشی نیز در مقایسه با روش پیشنهادی مقاله سنجید.

۴-۲. مقایسه عملکرد دو نمودار در شرایط استفاده از تابع رابط لگاریتم

شبیه سازی انجام شده در این بخش برای بررسی و مقایسه عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی با نمودار کنترل ارائه شده توسط اسکینر و همکاران (۲۰۰۳) تحت شرایطی است که تابع رابط لگاریتم برای ارتباط بین مشخصه کیفی مرحله اول و دوم در نظر گرفته شده است. بدین منظور از شاخص متوسط طول دنباله استفاده شده و در حدود کنترل دو روش بگونه ای تنظیم شده اند

هدف اصلی نمودارهای انتخاب عامل انحراف جدا نمودن اثر مراحل قبل از مرحله جاری فرآیند می باشد. برای رسیدن به این هدف سعی می شود بگونه ای اثر مشخصه های کیفی مراحل قبل از مشخصه های کیفی مرحله آخر حذف شود. برای بررسی اینکه آیا مشخصه کیفی مرحله دوم که توسط نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف مورد پایش قرار می گیرد مستقل از مرحله قبل است یا خیر باید تغییری که در میانگین مشخصه کیفی مرحله اول یعنی X ایجاد می شود تاثیر محسوسی بر شاخص ARL نمودار کنترلی انتخاب عامل انحراف نگذارد. به همین منظور در این بخش تغییرات افزایشی و کاهشی در $E(X)$ ایجاد شده است که نتایج آن در جداول ۵ و ۶ آورده شده است. این تغییرها بصورتی است که بر اساس آن $E(X)$ به $E(X) \pm v$ تغییر می یابد.

جدول ۵. نتایج شبیه سازی برای تغییر $E(X)$ به $E(X)+v$

v	r chart		Poisson CSC	
	ARL	Std_error	ARL	Std_error
۰	۱۹۸/۵۲۰۲	۲/۵۷۴۴	۱۹۸/۸۵۴۴	۲/۷۲۵۷
۰/۱	۲۰۳/۵۷۵۶	۲/۶۹۰۷	۲۰۴/۲۸۷۹	۲/۷۰۹۷
۰/۴	۲۰۲/۹۳۶۷	۲/۱۴۰۳	۲۰۲/۷۸۹۲	۳/۱۴۸۳
۰/۷	۱۹۸/۳۷۷۷	۲/۰۴۴۸	۱۹۸/۲۴۳۷	۳/۰۸۷۸
۱	۱۹۷/۰۶۱۹	۲/۶۸۷۱	۱۹۶/۴۵۰۶	۲/۶۴۵۳
۱/۳	۲۰۵/۸۶۱۷	۳/۱۴۰۱	۲۰۵/۴۹۵۸	۳/۱۸۵۶
۱/۶	۲۰۰/۹۰۸۱	۲/۸۵۷۳	۲۰۱/۲۴۱۸	۲/۸۴۸۷

همانطور که از نتایج جداول ۵ و ۶ مشخص است، نمودار انتخاب عامل انحراف در هر دو روش پیشنهادی به کشف تغییرات افزایشی و کاهشی در میانگین مشخصه کیفی مرحله اول از خود عکس العمل نشان نمی دهند. این تغییرات کوچک مشاهده شده در مقادیر ARL تحت تغییرها مختلف، بدلیل خطای شبیه سازی می باشد.

جدول ۶. نتایج شبیه سازی برای تغییر $E(X)$ به $E(X)-v$

v	r chart		Poisson CSC	
	ARL	Std_error	ARL	Std_error
۰	۱۹۸/۵۲۰۲	۲/۵۷۴۴	۱۹۸/۸۵۴۴	۲/۷۲۵۷
۰/۱	۲۰۵/۳۹۱۳	۳/۱۲۲۰	۲۰۴/۲۶۹۷	۳/۰۲۱۳
۰/۴	۱۹۷/۳۵۳۷	۲/۹۰۱۰	۱۹۷/۶۳۱۶	۳/۰۵۲۸
۰/۷	۲۰۱/۰۶۴۴	۲/۷۹۷۴	۲۰۰/۵۶۹۳	۲/۸۴۷۵
۱	۱۹۸/۷۵۴۴	۳/۳۵۳۱	۱۹۶/۴۲۷۹	۳/۲۷۷۰
۱/۳	۱۹۸/۹۷۲۴	۲/۶۶۴۵	۱۹۵/۹۳۳۰	۲/۸۲۴۰
۱/۶	۲۰۰/۴۵۲۱	۲/۶۰۰۹	۱۹۱/۸۲۸۶	۲/۷۰۱۳

۴-۳. مقایسه عملکرد دو نمودار در شرایط استفاده از تابع رابط ریشه دوم

مشخص است، نمودار کنترل Poisson CSC دارای عملکرد نسبتاً یکسان با نمودار کنترل r در کشف تغییرات افزایشی و کاهشی است.

۴-۲-۲. تغییر در پارامتر β_1

در این زیر بخش به مقایسه دو نمودار مذکور تحت اندازه تغییرات مختلف در پارامتر β_1 پرداخته می شود. به عبارت دیگر عملکرد دو نمودار زمانی که β_1 به $\beta_1 \pm \gamma$ تغییر کند مورد ارزیابی قرار می گیرد. نتایج شبیه سازی برای تغییرات افزایشی و کاهشی در پارامتر β_1 به ترتیب در جداول ۳ و ۴ آورده شده است.

جدول ۳. نتایج حاصل از شبیه سازی برای تغییرات β_1 به $\beta_1 + \gamma$

γ	r chart		Poisson CSC	
	ARL	Std_error	ARL	Std_error
۰	۱۹۸/۰۰۹۵	۲/۸۸۰۳	۱۹۷/۲۶۰۳	۲/۹۶۳۰
۰/۰۰۰۱	۱۸۱/۳۴۲۹	۲/۳۴۰۱	۱۸۰/۴۸۳۶	۲/۴۷۰۴
۰/۰۰۰۲۵	۱۱۸/۰۶۹۳	۱/۱۲۹۲	۱۱۷/۸۰۶۲	۱/۱۰۵۹
۰/۰۰۰۴	۷۲/۳۸۲۹	۰/۵۸۶۱	۷۲/۱۷۷۰	۰/۵۵۹۷
۰/۰۰۰۵۵	۴۶/۹۱۲۵	۰/۳۴۱۰	۴۶/۸۲۲۹	۰/۳۳۵۳
۰/۰۰۱	۱۹/۶۹۶۵	۰/۰۷۶۸	۱۹/۷۰۸۷	۰/۰۷۶۱
۰/۰۰۲	۷/۹۳۳۶	۰/۰۲۳۱	۷/۹۵۱۶	۰/۰۲۳۵
۰/۰۰۴	۳/۸۱۳۶	۰/۰۰۶۲	۳/۸۲۸۵	۰/۰۰۶۳
۰/۰۱۲	۱/۷۷۸۸	۰/۰۰۱۵	۱/۷۸۷۸	۰/۰۰۱۶

نتایج شبیه سازی نشان می دهد که هر دو نمودار حساسیت بالایی برای کشف تغییر در پارامتر β_1 دارند. در تغییرات افزایشی و کاهشی همانطور که از نتایج جداول ۳ و ۴ مشخص است، هر دو نمودار تقریباً عملکرد یکسانی از خود نشان می دهند.

جدول ۴. نتایج حاصل از شبیه سازی تغییرات β_1 به $\beta_1 - \gamma$

γ	r chart		Poisson CSC	
	ARL	Std_error	ARL	Std_error
۰	۱۹۸/۰۰۹۵	۲/۸۸۰۳	۱۹۷/۲۶۰۳	۲/۹۶۳۰
۰/۰۰۰۱	۱۸۸/۳۷۰۵	۲/۷۶۵۵	۱۸۹/۹۵۲۹	۲/۹۵۶۹
۰/۰۰۰۲۵	۱۱۷/۵۱۷۱	۱/۱۳۵۲	۱۱۷/۷۷۷۳	۱/۱۵۴۷
۰/۰۰۰۵	۵۳/۳۸۵۹	۰/۳۵۸۵	۵۳/۴۳۸۱	۰/۳۷۷۲
۰/۰۰۰۷۵	۲۹/۹۱۷۵	۰/۱۸۷۱	۲۹/۹۴۶۷	۰/۱۸۶۹
۰/۰۰۱	۱۹/۹۱۸۱	۰/۰۸۷۶	۱۹/۹۰۶۴	۰/۰۸۶۷
۰/۰۰۲	۸/۰۱۸۳	۰/۰۱۹۹	۸/۰۰۲۲	۰/۰۲۰۱
۰/۰۰۵	۳/۱۸۱۴	۰/۰۰۴۲	۳/۱۶۷۸	۰/۰۰۴۲
۰/۰۱۲	۱/۷۹۵۴	۰/۰۰۱۷	۱/۷۸۶۱	۰/۰۰۱۷

۴-۲-۳. بررسی تغییرات ایجاد شده در $E(X)$

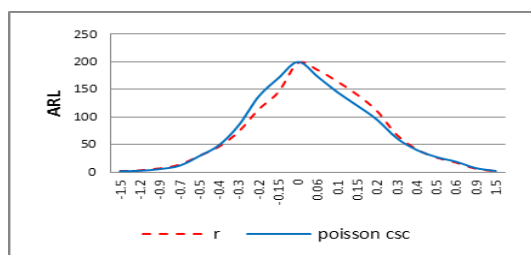
λ	ARL	Std_error	ARL	Std_error
۰	۱۹۸/۷۱۲۹	۲/۶۷۷۸	۱۹۹/۱۰۷۱	۲/۵۶۲۸
۰/۱	۱۶۹/۶۴۹	۲/۰۹۱۹	۱۹۴/۷۶۰۷	۳/۰۲۳۰
۰/۲	۱۱۳/۶۷۶۵	۱/۱۸۲۴	۱۳۷/۰۷۳۸	۱/۴۲۸۵
۰/۳	۷۳/۵۵۱۲	۰/۷۸۴۳	۸۵/۰۱۷۸	۰/۹۳۶۸
۰/۴	۴۶/۰۶۳۳	۰/۳۰۷۰	۴۸/۹۳۸۰	۰/۳۳۶۶
۰/۵	۲۹/۵۴۱۴	۰/۱۵۴۹	۲۸/۹۸۸۶	۰/۱۵۰۹
۰/۷	۱۳/۴۳۹۸	۰/۰۴۶۱	۱۱/۴۴۶۵	۰/۰۳۸۵
۰/۹	۶/۸۲۳۷	۰/۰۱۶۶	۵/۳۲۹۸	۰/۰۱۱۱
۱/۲	۳/۰۹۹۸	۰/۰۰۴۹	۲/۳۲۳۶	۰/۰۰۲۹
۱/۵	۱/۸۰۴۰	۰/۰۰۱۸	۱/۴۱۷۱	۰/۰۰۱۰

جدول ۹. نتایج شبیه سازی تغییرات β_1 به $\beta_1 + \gamma$

Γ	r chart		Poisson CSC	
	ARL	Std_error	ARL	Std_error
۰	۱۹۸/۷۱۲۹	۲/۶۷۷۸	۱۹۹/۱۰۷۱	۲/۵۶۲۸
۰/۰۲	۱۸۰/۴۰۳۲	۲/۵۰۲۸	۱۶۵/۹۷۹۷	۲/۳۰۱۴
۰/۰۳	۱۶۹/۴۰۶۱	۲/۱۳۰۵	۱۵۳/۶۳۷۴	۲/۱۴۶۹
۰/۰۴	۱۵۴/۶۵۳۳	۲/۱۵۹۶	۱۳۵/۶۹۸۱	۱/۷۴۳۲
۰/۰۶	۱۱۵/۱۹۷۹	۱/۱۸۱۳	۱۰۱/۳۹۰۵	۱/۰۱۰۹
۰/۰۷	۱۰۰/۱۷۳۵	۱/۱۶۲۷	۸۹/۲۵۵۸	۰/۹۶۴۳
۰/۰۹	۷۱/۴۰۷۲	۰/۵۶۶۳	۶۵/۴۲۳۳	۰/۰۶۶۶۳
۰/۱۴	۳۲/۳۸۴۰	۰/۱۸۰۲	۳۲/۶۸۹۵	۰/۱۷۶۷
۰/۲	۱۳/۸۴۴۱	۰/۰۵۰۱	۱۵/۲۹۸۳	۰/۰۵۸۷
۰/۲۵	۷/۷۳۱۷	۰/۰۱۸۸	۸/۹۵۰۷	۰/۰۲۴۴
۰/۴	۲/۵۵۸۱	۰/۰۰۳۲	۳/۰۳۶۱	۰/۰۰۴۳
۰/۵	۱/۷۵۳۶	۰/۰۰۱۶	۲/۰۲۶۵	۰/۰۰۰۲

جدول ۱۰. نتایج شبیه سازی تغییرات β_1 به $\beta_1 - \gamma$

γ	r chart		Poisson CSC	
	ARL	Std_error	ARL	Std_error
۰	۱۹۸/۷۱۲۹	۲/۶۷۷۸	۱۹۹/۱۰۷۱	۲/۵۶۲۸
۰/۰۵	۱۴۰/۳۶۴۳	۱/۸۶۰۴	۱۶۳/۰۵۳۸	۲/۱۶۲۷
۰/۰۷	۱۰۲/۷۱۲۰	۱/۰۷۴۶	۱۱۸/۸۷۹۲	۱/۳۷۶۷
۰/۰۹	۷۶/۲۸۷۳	۰/۶۳۴۹	۸۵/۶۰۷۷	۰/۷۴۹۰
۰/۱۲	۴۷/۳۴۷۸	۰/۳۱۱۱	۴۹/۶۷۳۴	۰/۳۴۴۵
۰/۱۵	۳۰/۶۳۸۹	۰/۱۵۴۴	۲۹/۸۴۵۴	۰/۱۵۲۷
۰/۲	۱۵/۳۵۴۲	۰/۰۵۴۹	۱۳/۶۸۷۶	۰/۰۴۷۸
۰/۲۵	۸/۶۷۰۱	۰/۰۲۲۴	۷/۲۹۶۹	۰/۰۱۷۸
۰/۳۵	۳/۷۰۳۹	۰/۰۰۵۷	۳/۰۲۰۷	۰/۰۰۴۵
۰/۵	۱/۸۵۲۱	۰/۰۰۱۷	۱/۵۸۲۶	۰/۰۰۱۳



شکل ۲. نمودار متوسط طول دنباله برای تغییرات ایجاد شده

در پارامتر β_0

در این زیر بخش از تابع رابط ریشه دوم برای ارتباط بین مشخصه کیفی مرحله اول و دوم استفاده شده است. در ابتدا حدود کنترل برای هر دو روش بگونه‌ای تعیین شده است که $ARL_0 = 200$ برای آنها بدست آید. در ادامه نیز ۳ نوع تغییر مشابه تغییرات بررسی شده تحت تابع رابط لگاریتم مد نظر قرار گرفته است.

۱-۳-۴. تغییر در پارامتر β_0

در این زیر بخش به مقایسه عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی و نمودار کنترل اسکینر و همکاران (۲۰۰۳) تحت تغییرات مختلف در پارامتر β_0 پرداخته می شود. به عبارت دیگر عملکرد دو نمودار تحت تغییر β_0 به $\beta_0 \pm \lambda$ مورد بررسی قرار می گیرد. نتایج شبیه سازی برای تغییرات افزایشی و کاهشی در پارامتر β_0 به ترتیب در جداول ۷ و ۸ آورده شده است.

همچنین نمودار متوسط طول دنباله برای مقایسه بهتر بین دو روش در شکل (۲) رسم شده است. نتایج جدول ۷ نشان می دهد که در تغییرات کوچک افزایشی نمودار Poisson CSC نسبت به نمودار r عملکرد بهتری از خود نشان می دهد و در تغییرهای بزرگ عملکرد دو روش تقریباً یکسان است. در تغییرات کاهشی مشخص است که نمودار r در کشف تغییرات کوچک عملکرد بهتری نسبت به نمودار کنترل Poisson CSC از خود نشان می دهد و عملکرد دو روش در کشف تغییرات بزرگ کاهشی تقریباً یکسان است.

جدول ۷. نتایج شبیه سازی تحت تغییر β_0 به $\beta_0 + \lambda$

λ	r chart		Poisson CSC	
	ARL	Std_error	ARL	Std_error
۰	۱۹۸/۷۱۲۹	۲/۶۷۷۸	۱۹۹/۱۰۷۱	۲/۵۶۲۸
۰/۰۵	۱۸۸/۹۷۸۸	۳/۰۸۸۵	۱۷۲/۸۲۱۹	۲/۳۴۰۴
۰/۱	۱۶۸/۱۴۲۱	۲/۰۸۸۵	۱۴۴/۶۵۵۲	۱/۶۹۱۴
۰/۱۵	۱۴۰/۱۸۸۰	۱/۷۵۵۳	۱۲۰/۳۷۸۷	۱/۳۲۸۵
۰/۲	۱۱۰/۴۶۲۷	۱/۰۷۹۹	۹۴/۸۵۵۷	۰/۸۶۵۸
۰/۳	۶۷/۲۸۷۸	۰/۵۵۴۹	۶۱/۲۹۸۰	۰/۵۰۱۱
۰/۴	۴۱/۵۲۱۵	۰/۲۷۰۰	۴۰/۱۹۷۶	۰/۲۵۳۴
۰/۵	۲۶/۲۸۵۲	۰/۱۲۰۰	۲۷/۱۶۸۴	۰/۱۲۵
۰/۶	۱۷/۰۹۵۲	۰/۰۶۲۰	۱۸/۶۸۳۸	۰/۰۷۵۶
۰/۹	۵/۸۶۲۸	۰/۰۱۱۶	۷/۱۳۶۷	۰/۰۱۶۳
۱/۵	۱/۶۶۸۱	۰/۰۰۱۴	۲/۰۶۲۹	۰/۰۰۲۱

جدول ۸. نتایج شبیه سازی تحت تغییر β_0 به $\beta_0 - \lambda$

	r chart		Poisson CSC	
	ARL	Std_error	ARL	Std_error

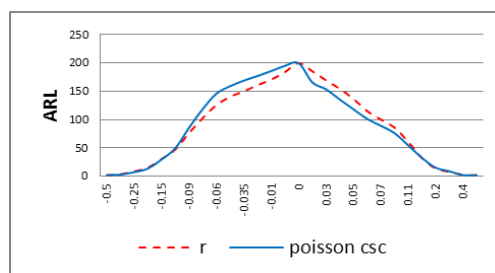
بررسی تغییر ها بدست آمد، نمودار کنترل پیشنهادی تحت تابع رابط ریشه دوم عملکرد بهتری در کشف تغییرات افزایشی نسبت به نمودار کنترل I^2 از خود نشان داد و بهتر است در این شرایط از نمودار کنترلی پیشنهادی به جای نمودار کنترل I^2 جهت کشف سریعتر تغییر ها استفاده کرد.

۵. مثال موردی

در این بخش از مثال ارائه شده در مقاله اسکینر و همکاران (۲۰۰۳) برای بررسی عملکرد روش پیشنهادی استفاده شده است. در این فرآیند، هدف کنترل متوسط تعداد نقص ها بر روی صفحات الکترونیکی نیمه هادی است به این صورت که پس از انجام عملیات قلم زنی بر روی صفحات نیمه هادی توسط شانه مارپیچی مشبک کننده، تعداد نقص ها در راستای دو شعاع داخلی و خارجی، شمارش می گردد. همچنین متغیر ورودی در نظر گرفته شده، میزان جریان گاز تخلیه شده توسط دستگاه مکنده گاز می باشد. در همین راستا مشخصه کیفی تعداد نقص در راستای شعاع داخلی صفحه الکترونیکی بعنوان متغیر خروجی اول (Y_1) و مشخصه کیفی تعداد نقص در راستای شعاع خارجی بعنوان متغیر خروجی دوم (Y_2) در نظر گرفته می شود.

هر یک از متغیرهای خروجی که دارای توزیع پواسون می باشند با استفاده از الگوهای خطی تعمیم یافته به متغیر ورودی (میزان گاز تخلیه شده) مرتبط خواهند شد. در عمل، پارامترهای مدل با استفاده از داده های گذشته حاصل از فرآیند، تخمین زده می شود. اما از آنجایی که اسکینر و همکاران (۲۰۰۳) برای اینکار از شبیه سازی استفاده نموده اند، ما نیز از این طریق به تخمین پارامترها می پردازیم.

لازم بذکر است که اسکینر و همکاران (۲۰۰۳) فرض کرده اند که متغیر ورودی (X) دارای توزیع یکنواخت پیوسته در فاصله صفر تا ۳ می باشد، اما از آنجایی که فرض اولیه ما در این مقاله بر پایه توزیع نرمال مشخصه کیفی مرحله اول است، با استفاده از روش تبدیل جانسون، متغیرهای شبیه سازی شده مرحله اول به متغیرهایی با توزیع نرمال استاندارد تبدیل شده اند و سپس بر اساس متغیرهای خروجی و ورودی به تخمین پارامترهای مدل رگرسیونی، میانگین و واریانس آماره استاندارد شده مقادیر باقیمانده برای هر دو تابع رابط لگاریتم و ریشه دوم پرداخته شده است. نتایج مربوط به تخمین پارامترها در جدول ۱۳ ارائه شده است. همانطور که از نتایج تخمین پارامترهای میانگین و واریانس مشخص است، توزیع آماره استاندارد شده مقادیر باقیمانده بطور دقیق دارای توزیع نرمال استاندارد نشده اند و آن نیز به دلیل تبدیل متغیر داده های مرحله اول از توزیع یکنواخت به توزیع نرمال استاندارد و همچنین تعداد داده های شبیه سازی (۱۰۰۰)



شکل ۳. نمودار متوسط طول دنباله برای تغییرات ایجاد شده در پارامتر β_1

۳-۴. تغییر در $E(X)$

در این زیر بخش تغییرات افزایشی و کاهشی در $E(X)$ تحت تابع رابط ریشه دوم ایجاد شده است و نتایج در نمودارهای کنترلی در جداول ۱۱ و ۱۲ آورده شده است. این تغییر ها بصورتی است که بر اساس آن $E(X)$ به $E(X) \pm v$ تغییر می یابد.

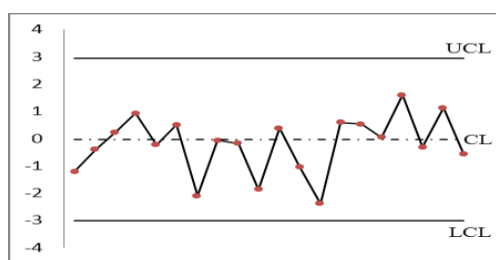
جدول ۱۱. نتایج شبیه سازی برای تغییر $E(X)$ به $E(X)+v$

v	r chart		Poisson CSC	
	ARL	Std_error	ARL	Std_error
۰	۱۹۸/۷۱۲۹	۲/۶۷۷۸	۱۹۹/۱۰۷۱	۲/۵۶۲۸
۰/۱	۱۹۸/۷۸۸۸	۳/۱۷۶۶	۱۹۶/۲۹۷۵	۲/۱۹۷۳
۰/۴	۱۹۷/۲۱۱۴	۲/۸۷۰۲	۱۹۴/۴۹۳۸	۲/۸۶۹۴
۰/۷	۲۰۱/۰۴۹۰	۲/۸۳۶۸	۱۹۹/۴۱۷۶	۲/۸۱۳۶
۱	۱۹۵/۶۳۹۸	۲/۹۴۸۴	۱۹۲/۴۲۳۳	۲/۶۴۷۲
۱/۳	۲۰۲/۸۲۳۵	۲/۹۹۴۶	۱۹۸/۵۶۷۷	۲/۸۸۳۰
۱/۶	۲۰۰/۵۹۰۳	۲/۸۰۲۲	۱۹۷/۸۱۴۳	۲/۸۹۴۵

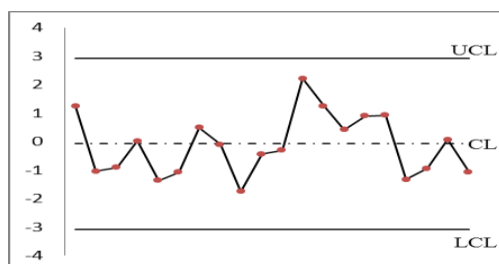
جدول ۱۲. نتایج شبیه سازی برای تغییر $E(X)$ به $E(X)-v$

v	r chart		Poisson CSC	
	ARL	Std_error	ARL	Std_error
۰	۱۹۸/۷۱۲۹	۲/۶۷۷۸	۱۹۹/۱۰۷۱	۲/۵۶۲۸
۰/۱	۲۰۵/۳۹۱۳	۳/۱۲۲۰	۲۰۴/۲۶۹۷	۳/۰۲۱۳
۰/۴	۱۹۷/۳۵۳۷	۲/۹۰۱۰	۱۹۷/۶۳۱۶	۳/۰۵۲۸
۰/۷	۲۰۱/۰۶۴۴	۲/۷۹۷۴	۲۰۰/۵۶۹۳	۲/۸۴۷۵
۱	۱۹۸/۷۵۴۴	۳/۳۵۳۱	۱۹۶/۴۲۷۹	۳/۲۷۷۰
۱/۳	۱۹۸/۹۷۲۴	۲/۶۶۴۵	۱۹۵/۹۳۳۰	۲/۸۲۴۰
۱/۶	۲۰۰/۴۵۲۱	۲/۶۰۰۹	۱۹۱/۸۲۸۶	۲/۷۰۱۳

همانطور که از نتایج جداول ۱۱ و ۱۲ مشخص است، هر دو نمودار کنترل نسبت به کشف تغییرات افزایشی و کاهشی در میانگین مشخصه کیفی مرحله اول از خود عکس العمل نشان نمی دهند و ARL آنها تغییر نمی کند و تفاوت کوچک در مقادیر ARL بدلیل خطای شبیه سازی می باشد. با توجه به نتایجی که در



شکل ۴. نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف برای پایش مقادیر باقیمانده استاندارد شده متغیر خروجی اول تحت تابع رابط لگاریتم



شکل ۵. نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف برای پایش مقادیر باقیمانده استاندارد شده متغیر خروجی دوم تحت تابع رابط لگاریتم

جدول ۱۵. مقادیر آماره استاندارد شده باقیمانده ها برای مثال موردی

شماره نمونه (j)	تابع رابط لگاریتم		تابع رابط ریشه دوم	
	st_{1j}	st_{2j}	st'_{1j}	st'_{2j}
۱	-۱/۲۰۷	۱/۲۳۲	-۱/۵۴۶	۰/۴۹۲
۲	-۰/۴۱۲	-۱/۰۳۶	-۰/۱۵۴	-۱/۲۶۲
۳	۰/۲۳	-۰/۹۱	-۰/۱۴۲	-۱/۶۳۵
۴	۰/۹۱۸	۰/۰۲	۰/۴۱۶	-۰/۷۰۸
۵	-۰/۲۲۸	-۱/۳۶۷	-۰/۶۴	-۲/۰۶۴
۶	۰/۴۹۸	-۱/۰۸۲۳	-۰/۰۰۳	-۱/۸۱۷
۷	-۲/۱۰۷	۰/۴۸۷	-۲/۲۲۳	-۰/۳۶۸
۸	-۰/۰۷۱	-۰/۰۹۵	-۰/۴۷۴	-۰/۹۷۶
۹	-۰/۱۸۸	-۱/۷۵	-۰/۳۹۶	-۲/۲۴۲
۱۰	-۱/۸۶۶	۰/۴۴۲	-۲/۱۵۹	-۱/۲۷۶
۱۱	۰/۳۷۳	-۰/۲۳	۰/۱۶۷	-۱/۰۰۱
۱۲	-۱/۰۳۵	۲/۲۱۳	-۱/۴۱۹	۱/۱۶۷
۱۳	-۲/۳۸۸	۱/۲۵۲	-۲/۶۷۳	۰/۳۲۶
۱۴	۰/۵۸۷	۰/۴۱۷	۰/۲۳۶	-۰/۰۳۶
۱۵	۰/۵۲	۰/۸۹۶	۰/۰۲۷	۰/۰۲
۱۶	۰/۰۴۵	۰/۹۲	-۰/۲۸۵	۰/۴۳۵
۱۷	۱/۵۹۲	-۱/۳۳۱	۱/۰۷۵	-۱/۸۸
۱۸	-۰/۳۲۱	-۰/۹۴۴	-۰/۳۶۷	-۱/۴۲۵
۱۹	۱/۱۲۲	۰/۰۷۴	۱/۵۶	۱/۱۲۴
۲۰	-۰/۵۷۲	-۱/۰۶۳	-۰/۹۸۷	-۱/۸۰۲

نمونه) می باشد. حال اگر تعداد داده های شبیه سازی شده را بیشتر کنیم، توزیع آماره استاندارد شده مقادیر باقیمانده بیشتر به سمت توزیع نرمال استاندارد میل خواهد کرد.

جدول ۱۳. پارامترهای تخمین زده شده برای داده های شبیه سازی

نوع تابع رابط	متغیر خروجی	β_0	B_1	$\bar{st}$	S_{st}^2
لگاریتم	Y_1	۲/۰۳	۰/۷۷	-۰/۰۳۸	۱/۱۶۴
	Y_2	۲/۲۳	۰/۹۰	-۰/۰۸۲	۱/۲۸۴
ریشه دوم	Y_1	۳	۱/۱۰۴	-۰/۰۳۱	۱/۴۴۵
	Y_2	۳/۵۲	۱/۲۵	-۰/۲۵۶	۱/۷۵۱

بعد از مرحله تخمین پارامترها، حدود نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف شوهارت تحت هر یک از توابع رابط لگاریتم و ریشه دوم برای هر دو آماره استاندارد شده مقادیر باقیمانده با استفاده از شبیه سازی در ۱۰۰۰۰ بار تکرار بروی متوسط طول دنباله ۲۰۰ تنظیم شده و در جدول ۱۴ گزارش شده است.

جدول ۱۴. حدود کنترل شبیه سازی شده برای هریک از متغیرهای خروجی

نوع تابع رابط	متغیر خروجی	UCL	LCL	K
لگاریتم	Y_1	۲/۹۴	-۳/۰۱۷	۲/۷۶
	Y_2	۲/۹۱۷۷	-۳/۰۸۱۷	۲/۵۵
ریشه دوم	Y_1	۲/۹۴۶۷	-۳/۰۰۸۳	۲/۴۷
	Y_2	۲/۸۷۹۴	-۳/۳۹۲	۲/۳۷

بعد از تعیین حدود کنترلی، ۲۰ نمونه تحت کنترل از هر دو متغیر خروجی تولید شده است و آماره استاندارد شده مقادیر باقیمانده بر روی نمودارهای کنترلی ترسیم و در شکل های (۴) تا (۷) نشان داده شده اند.

نتایج نشان می دهد که همه نمونه های تولید شده برای هر دو متغیر خروجی، تحت کنترل آماری هستند.

لازم بذکر است که آماره استاندارد شده مقادیر باقیمانده، برای ۲۰ نمونه تولید شده در هر متغیر خروجی تحت هریک از توابع رابط، محاسبه شده و در جدول ۱۵ گزارش شده اند. در این جدول st_{ij} و st'_{ij} به ترتیب نشان دهنده مقادیر باقیمانده استاندارد شده نمونه j ام در متغیر خروجی i ام در زمان استفاده از توابع رابط لگاریتم و ریشه دوم می باشند.

[2] Asadzade, Sh., Aghaie, A., "Cause Selecting Control Charts Based on Huber's M-Estimator", International Journal Advance Manufacturing Technology, Vol. 45, No. 3-4, 2009, pp. 341-351.

[3] Asadzade, Sh., Aghaie, A., Shahriari, H., "Monitoring Dependent Process Steps using Robust Cause-Selecting Control Charts", Quality and Reliability Engineering International, Vol. 25, No. 7, 2009, pp. 851-874.

[4] Jearkpaporn, D., Montgomery, D.C., Runger, G.C., Borror, C.M., "Process Monitoring for Correlated Gamma-distributed Data using Generalized-Linear Model-Based Control Chart", Quality and Reliability engineering International, Vol. 19, No. 6, 2003, pp. 477-491.

[5] Jearkpaporn, D., Montgomery, D.C., Runger, G.C., Borror, C.M., "Model-Based Process Monitoring using Robust Generalized Linear Models", International Journal of Production Research, Vol. 43, No.7, 2005, pp. 1337-1354.

[6] Jearkpaporn, D., Borror, C.M., Runger, G.C., Montgomery, D.C., "Process Monitoring for Mean Shifts for Multiple Stage Processes", International Journal of Production Research, Vol. 45, No. 23, 2007, pp. 5547-5570.

[7] Lucas, J.M., Saccucci, M.S., "Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes: Properties and Enhancements", Technometrics, Vol. 32, No. 1, 1990, pp. 1-29.

[8] Skinner, K.R., Montgomery, D.C., Runger, G.C., "Process Monitoring for Multiple Count Data using Generalized-Linear Model-Based Control Charts", International Journal of Production Research, Vol. 41, No. 6, 2003, pp. 1167-1180.

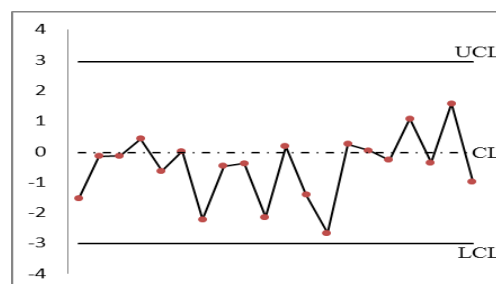
[9] Skinner, K.R., Montgomery, D.C., Runger, G.C., "Generalized-Linear Model-Based Control Charts for Discrete Semiconductor Process Data", Quality and Reliability Engineering International, Vol. 20, No. 8, 2004, pp. 777-786.

[10] Shu, L., Tsung, F., Kapur, K.C., "Design of Multiple Cause-Selecting Charts for Multistage Processes with Model Uncertainty", Quality Engineering, Vol. 16, No. 3, 2004, pp. 437-450.

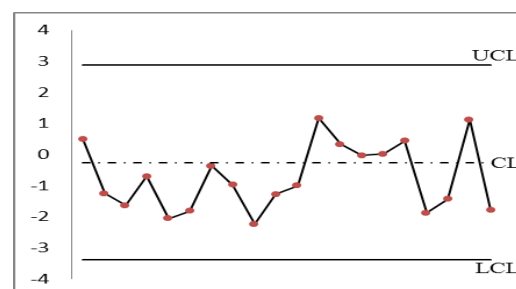
[11] Shu, L., Tsung, F., Tsui, K.L., "Effect of Estimation Errors on Cause-Selecting Charts", IIE Transactions, Vol. 37, No. 6, 2005, pp. 559-567.

[12] Sulek, J.M., Maruchek, A., Lind, M.R., "Measuring Performance in Multistage Service Operations: an Application of Cause Selecting Control Charts", Journal of Operation Management, Vol. 24, No.5, 2006, pp. 711-727.

[13] Tsung, F., Li, Y., Jin, M., "Statistical Process Control for Multistage Manufacturing and Service Operations: a Review and Some Extensions", International Journal



شکل ۶. نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف برای پایش مقادیر باقیمانده استاندارد شده متغیر خروجی اول تحت تابع رابط ریشه دوم



شکل ۷. نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف برای پایش مقادیر باقیمانده استاندارد شده متغیر خروجی دوم تحت تابع رابط ریشه دوم

۶. نتیجه گیری

در این مقاله، یک نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف در یک فرآیند دو مرحله ای در شرایطی که مشخصه کیفی مرحله دوم بصورت پواسون می باشد، پیشنهاد شد و آماره نمودار کنترل پیشنهادی بوسیله استاندارد نمودن مقادیر باقیمانده ها محاسبه گردید. عملکرد نمودار کنترلی پیشنهادی با استفاده از شبیه سازی و مقایسه متوسط طول دنباله با روش پیشنهادی اسکینر و همکاران (۲۰۰۳) مقایسه گردید. نتایج نشان داد که هر دو نمودار کنترل بطور تقریبی عملکرد یکسانی را در هنگام استفاده از تابع رابط لگاریتم دارند ولی در شرایطی که از تابع رابط ریشه دوم برای بدست آوردن میانگین مشخصه کیفی مرحله دوم استفاده می شود. نمودار کنترل پیشنهادی در تغییرهای افزایشی بهتر عمل می کند. همچنین نمودار کنترل پیشنهادی نسبت به نمودار کنترل اسکینر و همکاران (۲۰۰۳) از محاسبات کمتری برخوردار بوده و آسانتر می توان از آن در عمل استفاده کرد.

مراجع

[1] Asadzade, Sh., Aghaie, A., Yang, S.F., "Monitoring and Diagnosing Multistage Processes: A Review of Cause Selecting Control Charts", Journal of Industrial and Systems Engineering, vol. 2, No. 3, 2008, pp. 214-235.

of Services Operations and Informatics, Vol. 3, No. 2, 2008, pp. 191-204.

- [14] Hauck, D.J., Runger, G.C., Montgomery, D.C., "Multivariate Statistical Process Monitoring and Diagnosis with Grouped Regression-Adjusted Variables", Communications in Statistics, Simulation and Computation, Vol. 28, No. 2, 1999, pp. 309-328.
- [15] Hawkins, D.M., "Multivariate Quality Control Based on Regression Adjusted Variables", Technometrics, Vol. 33, No. 1, 1991, pp. 61-75.
- [16] Hawkins, D.M., "Regression Adjustment for Variables in Multivariate Quality Control", Journal of quality Technology, Vol. 25, No. 3, 1993, pp. 170-182.
- [17] Wade, M.R., Woodall W.H., "A Review and Analysis of Cause-Selecting Control Charts", journal of Quality Technology, Vol. 25, No.3, 1993, pp. 161-169.
- [18] Zhang, G.X., "A New Type of Control Charts and Theory of Diagnosis with Control Charts", World Quality Congress Transactions. American Society for Quality Control, 1984, pp. 175-185.
- [19] Zhang, G.X., "Cause-Selecting Control Charts- a New Type of Quality Control Charts", The QR Journal, Vol. 12, 1985a, pp. 221-225.
- [20] Zhang, G.X., "Cumulative Control Charts and Cumulative Cause-Selecting Control Charts", Journal of China Institute of Communications, Vol. 6, 1985b, pp. 31-38.
- [21] Zhang, G.X., "Brief Introduction to the Cause-Selecting Theory", Economic Quality Control, Newsletter of Wursberg Research Group on Quality Control, Vol. 4, 1989a, pp. 58-70.
- [22] Zhang, G.X., "A New Diagnosis theory with Two Kinds of Quality", World Quality Congress Transactions. American Society for Quality Control, 1989b, pp. 594-599.
- [23] Zhang, G.X., "Cause-Selecting Control Charts and Diagnosis, Theory and Practice", Aarhus School of Business, Department of Total Quality Management, Aarhus, Denmark, 1992.