



## Outsourcing in Parallel Machine Scheduling

E.mardan, M.S. Amalnik & F.Jolai\*

*Ehsan mardan, MS Student of Industrial Engineering Department, College of Engineering, University of Tehran*

*Mohsen Sadegh Amalnik, Assistant Professor of Industrial engineering Department, college of engineering, University of Tehran*

*Fariborz Jolai, Associate Professor of Industrial Engineering Department, College of Engineering, University of Tehran*

### Keywords

Parallel Machine Scheduling,  
Outsourcing,  
Mathematical Modeling,  
Tabu Search, PSO

### ABSTRACT

*This paper considers a parallel machine scheduling problem with outsourcing allowed. The objective of this problem is the combination of makespan and Outsourcing costs. In order to solve the problem, A mathematical model is proposed. Because of high computational time of mathematical model a Tabu search and PSO methods are proposed to solve the problem.*

© 2014 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 25, No. 1, All Rights Reserved

\*  
Corresponding author. Fariborz Jolai  
Email: [fjolai@ut.ac.ir](mailto:fjolai@ut.ac.ir)

## برونسپاری در مسئله ماشینهای موازی

احسان مردان، محسن صادق عمل نیک و فریبرز جولای\*

### کلمات کلیدی

زمانبندی ماشینهای موازی،  
برونسپاری، مدل ریاضی،  
جستجوی ممنوع،  
بهینه‌سازی ذرات

### چکیده:

این تحقیق به بررسی مسئله زمانبندی ماشینهای موازی با امکان برونسپاری می‌پردازد. تابع هدف مورد استفاده در این تحقیق مجموع زمان کل و هزینه برونسپاری است. به منظور حل مسئله مدل ریاضی متناسب با مسئله ارائه شده است. البته با توجه به اینکه زمان حل مسئله با مدل ریاضی با افزایش ابعاد مسئله به شدت افزایش می‌یابد، به ارائه دو روش متاهوریستیک جستجوی ممنوع و بهینه‌سازی ذرات متناسب با مسئله پرداخته‌ایم. روش جستجوی ممنوع پیشنهادی با استفاده از چند عملگر به بهبود جواب اولیه موجود می‌پردازد. همچنین روش بهینه‌سازی ذرات نیز با استفاده از جواب اولیه ارائه شده و اپراتورهای پیشنهادی به حل مسئله می‌پردازد.

### ۱. مقدمه

مسئله زمانبندی ماشین زمينه‌ای غنی و مناسب برای تحقیق است که کاربردهای فراوانی در تولید، پشتیبانی، معماری کامپیوتر و مانند این را به همراه خود خواهد داشت. حوزه مورد بررسی در این تحقیق ماشینهای موازی می‌باشد. زمانبندی ماشینهای موازی در ارتباط با چگونگی زمانبندی گروهی از کارها بر روی تعدادی از ماشینها به منظور اطمینان از پردازش کارها در مدت زمانی منطقی می‌باشد. ماشینهای موازی از دو دیدگاه تئوری و عملی دارای اهمیت می‌باشند. از دیدگاه تئوری، تعمیمی از حالت تک ماشین است. از دیدگاه عملی به این جهت که در دنیای واقعی بسیار معمول است مورد توجه قرار گرفته است. علاوه بر این روش هایی که در محیط ماشینهای موازی مورد استفاده قرار می‌گیرند قابل استفاده در فرایندهای تجزیه برای سیستم های چند مرحله ای می‌باشند. زمانبندی صنایع به طور کلی از

کاربرد مدل ماشینهای موازی منتفع شده است. ماشینهای موازی توانایی انجام عملیات یکسان با داشتن ظرفیت و انعطاف پذیری سیستم را با پردازش کارهای متفاوت به همراه خواهد داشت.

در این مقاله امکان برونسپاری فعالیتها نیز مورد توجه قرار گرفته است. برونسپاری موجب ارتقای بهره‌وری و زمانبندی در بسیاری از صنایع بخصوص صنایع الکترونیک و خودروسازی می‌شود. هدف مسئله مورد بررسی در این تحقیق این است که توالی مناسب کارها را با امکان برونسپاری کار بدست آورد. در این زمینه توابع هدفی از قبیل حداقل کردن هزینه های برونسپاری در کنار حداقل‌سازی زمانهای تکمیل مورد توجه است. قابل توجه است که مجموع زمانهای تکمیل، متناسب با هزینه نگهداری کار می‌باشد. برونسپاری در مسئله زمانبندی سعی دارد علاوه بر کاهش هزینه، کیفیت زمانبندی کل را نیز ارتقاء دهد. به عنوان مثال در موقعیتی که تعداد زیادی کار به یک کارگاه ارائه شود ممکن است که بسیاری از کارها برای مدت زیادی برای انجام عملیات بدون فرض برونسپاری منتظر بمانند که با فرض برونسپاری می‌توان کارهایی را که منتظر می‌مانند را با برونسپاری به بخش ساخت دیگری منتقل کرد. اگرچه انجام فرایند برونسپاری ممکن است موجب افزایش هزینه‌های سیستم شود ولیکن چنین هزینه هایی با توجه به سودی که از طریق ارضای نیاز مشتری در زمان معقول به سیستم وارد می‌شود قابل توجیه است.

تاریخ وصول: ۹۰/۶/۳۰

تاریخ تصویب: ۹۱/۴/۱۷

احسان مردان، دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی دانشگاه تهران، ehsanmardan\_63@yahoo.com

محسن صادق عمل نیک، استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی دانشگاه تهران amalnick@ut.ac.ir

\*نویسنده مسئول مقاله: دکتر فریبرز جولای، دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی دانشگاه تهران fjolai@ut.ac.ir

## ۲. مرور ادبیات

مسئله زمانبندی ماشینهای موازی اخیراً به طور گسترده‌ای مورد بررسی محققین قرار گرفته است. به منظور آشنایی بیشتر با این مسائل در زیر به برخی از این مسائل که مورد بررسی قرار گرفته‌اند می‌پردازیم. (1) به بررسی مسئله ماشینهای موازی با فرض کار خراب شونده<sup>۱</sup> با زمان پردازش متغیر خطی و تابع هدف زمان کل می‌پردازد. (2) زمان نصب و برداشتن قطعه را با اضافه کردن زمان آن به زمان پردازش بررسی می‌کند. از آنجایی که نصب و برداشتن یک قطعه توسط نیروی انسانی انجام می‌شود لذا این زمان با افزایش تجربه نیروی انسانی کاهش می‌یابد. بنابراین زمان پردازش قطعه نزولی می‌باشد. تابع هدف این مسئله مجموع موزون زمان تکمیل و کل دیرکرد می‌باشد. (3) به بررسی اثر یادگیری با خرابی خطی و غیر خطی در محیط ماشینهای موازی می‌پردازد، به گونه‌ای که برای همه کارها زمان تحویل مشترک مد نظر قرار می‌گیرد. (4) مسئله ماشینهای موازی را با معیار خراب شوندگی کار و ماشین در نظر می‌گیرد و تابع هدف مورد بررسی کل دیرکرد می‌باشد. (5) روش متاهوریستیک هیبرید ANGEL را برای مسئله زمانبندی با محدودیت منابع (RCPSP)<sup>۲</sup> ارائه کرده است. روش ANGEL ترکیب شده روش بهینه سازی مورچگان و ژنتیک و استراتژی جستجوی محلی می‌باشد. در ابتدا ACO فضای جواب را جستجو می‌کند و لیست فعالیت را برای ایجاد جواب اولیه روش ژنتیک تولید می‌کند. همچنین این روش از روشهای جستجوی محلی کارا نیز برای بهبود جواب استفاده می‌کند. (6) به ارائه یک روش جدید جهت حل مدل ماشینهای موازی می‌پردازد. این مقاله در ابتدا به بررسی مدل PSO می‌پردازد و از آنجایی که روش PSO عادی حالت پیوسته را بررسی می‌کند لذا به ارائه روش جدید گسسته برای حل این مسائل می‌پردازد. در زمینه ماشینهای موازی روشهای متاهوریستیک فراوانی مورد استفاده قرار گرفته است. در این زمینه الگوریتمهای متاهوریستیکی نظیر جستجوی ممنوع و جستجوی بهینه ذرات از کارایی بیشتری برخوردار بوده است. (7) به بررسی مدل زمانبندی n کار روی m ماشین موازی یکسان با تابع هدف کمینه سازی زمان کل<sup>۳</sup> می‌پردازد. در این مقاله یک روش هیوریستیک سه مرحله‌ای برای حل ارائه شده است. که در فاز اول جواب اولیه بهبود داده شده ارائه می‌شود. در فاز دوم با استفاده از روش جستجوی ممنوع، جواب بهبود داده می‌شود. و در فاز نهایی با بهبود جواب بهینه فعلی به بهبود تابع هدف می‌پردازد. با مقایسه جوابهای بدست آمده از این روش و جواب بهینه مشاهده می‌شود

که مدل جوابی با کیفیت مناسب ایجاد می‌کند. (8) به بررسی مسئله انتخاب و زمانبندی همزمان ماشینهای موازی به منظور کمینه‌سازی مجموع هزینه‌های نگهداری و هزینه دیرکرد می‌پردازد. یک مدل بهینه‌سازی ترکیبی برای این منظور توسعه داده شده است و همچنین یک روش هیوریستیک برای بدست آوردن جواب بهینه یا نزدیک بهینه بر اساس روش جستجوی ممنوع به خصوص برای کنترل فرایند جستجو در همسایگی یک ماشین خاص ارائه شده است. (9) مسئله زمانبندی پروژه با محدودیت منابع (RCPSP) را مورد بررسی قرار داده است. همچنین بجای استفاده از روش جستجوی ممنوع سنتی<sup>۴</sup> و سایر روشهای مبتنی بر هوش مصنوعی، این مقاله به استفاده از روش بهبود یافته جستجوی ممنوع با اصلاح روش ایجاد جواب اولیه بجای روش سنتی می‌پردازد.

مدل به خوبی می‌تواند نتایج بهتری را در کاهش زمان نسبت به زمان حل روش سنتی جستجوی ممنوع و هوش مصنوعی ارائه دهد. همچنین این مدل می‌تواند با انجام آنالیز حساسیت کیفیت جواب بهتری را آسانتر بدست آوریم.

از طرف دیگر بررسی مسائل زمانبندی با امکان برونسپاری حوزه‌ی جدیدی در مسائل زمانبندی است که کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق سعی بر این است به بررسی این گونه مسائل بپردازیم. تحقیقاتی که در این حوزه انجام شده است به بررسی برونسپاری در مسائل زمانبندی تک ماشین پرداخته اند. (10) مدل ریاضی برونسپاری در محیط زمانبندی تک ماشین را مورد بررسی قرار داده است.

از طرف دیگر با توجه به NP-Hard بودن مسئله تک ماشین دو روش هیوریستیک و یک روش شاخه و حد ارائه شده است. (11) به توسعه روشهای هیوریستیک ارائه شده در (10) پرداخته است به گونه‌ای که پارامتر موعده تحویل نیز مورد بررسی قرار گرفته است. بررسی برونسپاری در حوزه مسائل زمانبندی محدود به (10) و (11) است.

از طرف دیگر برونسپاری در حوزههای متعدد دیگری نیز مورد بررسی قرار گرفته است که به بررسی اجمالی برخی از آنها خواهیم پرداخت. (12) به بررسی برنامه‌ریزی و زمانبندی پیشرفته<sup>۵</sup> پرداخته است به گونه‌ای که در آن هر سفارش مشتری دارای امکان برونسپاری با زمان تحویل<sup>۶</sup> در زنجیره تامین می‌پردازد. نویسنده به منظور حل این مسئله مدل ریاضی پیشنهاد کرده است که برنامه‌های زمانبندی متفاوت را برای انواع کارها با محدودیت اولویت‌بندی مد نظر قرار می‌دهد. همچنین برای حل

<sup>4</sup> Traditional Tabu Search<sup>5</sup> Advanced Planning and Scheduling<sup>6</sup> Due date<sup>1</sup> Deteriorating job<sup>2</sup> Resource-constrained project scheduling problem<sup>3</sup> Makespan

همچنین در این مقاله چهارچوبی جهت ارزیابی کارایی چنین زنجیره تامینی ارائه شده است. همانطور که بیان شد مسئله زمانبندی با امکان برونسپاری به صورت بسیار محدود و تنها توسط برخی محققین مورد بررسی قرار گرفته است. لذا در این تحقیق سعی خواهد شد به بررسی مسئله ماشین های موازی با امکان برونسپاری خواهیم پرداخت که تا کنون مورد بررسی محققین قرار نگرفته است.

در ادامه در بخش دوم با استفاده از مدل ریاضی به حل مسئله ماشین های موازی با امکان برونسپاری می پردازیم. البته با توجه به این که زمان حل مسئله با این مدل بسیار طولانی خواهد بود در بخش سوم به ارائه روش متاهیوریستیک جهت حل مسئله خواهیم پرداخت. روشهای متاهیوریستیک مورد استفاده در این مقاله روشهای جستجوی ممنوع و روش جستجوی بهینه ذرات است. در بخش چهارم مقاله نیز به ارائه نتایج عددی پرداخته شده است و در بخش پنجم و ششم نیز به نتایج عددی و پیشنهادات برای تحقیقات آتی اشاره شده است.

### ۳. مدل ریاضی ماشین های موازی با امکان برونسپاری

مسئله مورد نظر به این شرح است:  $n$  کار (job) موجود می باشد که در زمان صفر همگی در دسترس می باشند. هر کاری را می توان با زمان  $P_i$  در داخل سیستم بدون برونسپاری انجام داد و یا این که با هزینه  $O_i$  برونسپاری نمود.  $O_{\pi}$  نشان دهنده مجموعه کارهای برونسپاری شده می باشد که از مجموعه کارهای برونسپاری شده در توالی  $\pi$  تشکیل شده است.

البته این مسئله محدودیت بودجه برونسپاری را نیز مد نظر قرار می دهد. تابع هدف این مسئله ترکیبی از توابع کارهای برونسپاری شده و کارهای برونسپاری نشده است که با ترکیب محدب این دو جزء تابع هدف کلی مسئله تشکیل می شود. بخش اول تابع هدف مبتنی است بر حداکثر زمانی که کارها در کارگاه تحت پردازش هستند و در بخش دوم مجموع هزینه های برونسپاری مد نظر می گیرد. در بخش زیر به بررسی متغیرها و اندیس های مورد استفاده پرداخته شده است.

متغیرها:

$i, j$	اندیس کار است که مقدار صفر به معنی کار مجازی است.
$k$	اندیس ماشین
$K$	تعداد کل ماشین ها
$N$	تعداد کل کارها
$P_i$	زمان پردازش کار $i$
$O_i$	هزینه برونسپاری کار $i$
$M$	یک عدد بسیار بزرگ
$\delta$	عددی است بین صفر و یک که ضریب محدب برای تابع هدف است

این مسئله از روش هیوریستیک مبتنی بر الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. (13) به بررسی سیستماتیک پدیده برونسپاری در زمینه سیستم های اطلاعاتی می پردازد به گونه ای که پدیده برونسپاری را هم از دیدگاه تعریفی و هم تکاملی مورد بررسی قرار می دهد. (14) برونسپاری سیستم اطلاعات مراکز سلامت را بررسی می کند.

تحلیل هزینه و سود می بایست در مورد هزینه های سازمانی و یا کاربردهایی با توابع خواص صورت پذیرد. همچنین در این تحقیق به بررسی اطلاعات ۱۶۰۰۰ واحد مدیریت اطلاعات مراکز بهداشتی در ایالات متحده امریکا پرداخته شده است. (15) به بررسی فرایند انتخاب فروشنده برای برونسپاری می پردازد. با توجه به ضعف روش یک مرحله ای انتخاب فروشنده، چهارچوب دو مرحله ای برای انتخاب فروشنده بکار رفته است که مرحله اول مرحله آزمایش است که به مشتری اجازه انتخاب فروشنده را میدهد و مرحله دوم فروشنده انتخاب شده را برای انجام کار بکار می گیرد. (16) به بررسی هزینه های موجودی در حوزه سلامت می پردازد.

در این مقاله مقایسه ای بین هزینه های نگهداری و سطح سرویس می پردازد. (17) به بررسی امر برونسپاری روی ارزش واحدهای تولیدی در ژاپن می پردازد. این مطالعه تاثیر برونسپاری را از منظر توان ایجاد سود با استفاده از ارزش بازار بررسی می کند. ارتباط بین ارزش گذاری بازار سازمان و تصمیم برونسپاری توسط رویکرد ارزش گذاری متقاطع بررسی شده است که نتایج آن بر اساس صنایع تولیدی ژاپن مورد بررسی قرار گرفته است. (18) به ارائه مدل استراتژیک برای برونسپاری می پردازد.

در این مقاله بر اساس تئوری تعامل هزینه<sup>۱</sup> که ابزار اصلی رویکردهای اقتصادی و مالی می باشد، برونسپاری را مورد بررسی قرار داده است. این بررسی رویکردی منبع محور<sup>۲</sup> برای بررسی نقش قابلیت های خاص به عنوان منبع خاص ارتباطات بین سازمان ها دارد. (19) به بررسی سیاست بهینه برونسپاری تولید و موجودی برای سازمان با استفاده از توان تولیدی داخلی مارکوفی می پردازد. (20)

مدل رقابتی بین دو نهاد را در مقیاس اقتصادی بررسی می کند و یک چهارچوب رقابتی بین تقاضای دو سرویس دهنده با حساسیت روی قیمت و زمان، و رقابت بین دو فروشنده، با فرض هزینه سفارش دهی ثابت می پردازد. (21) به بررسی رفتاری که با استفاده از اینترنت در زنجیره تامین با فرض برونسپاری رخ می دهد می پردازد.

<sup>1</sup> Transaction cost theory

<sup>2</sup> Resource-base

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{در صورتی که کار } j \text{ بلافاصله بعد از کار } i \text{ روی ماشین } k \text{ پردازش شود} \\ \cdot & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, N, \\ k = 1, \dots, K \end{matrix}$$

$$y_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{در صورتی که کار } j \text{ به ماشین } k \text{ تخصیص یابد.} \\ \cdot & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, N, \\ k = 1, \dots, K \end{matrix}$$

$$z_i = \begin{cases} 1 & \text{در صورتی که کار } i \text{ برونسپاری شود} \\ \cdot & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad i = 1, \dots, N$$

مدل ریاضی

تابع هدف این مسئله از کمینه سازی مجموع محدب حداکثر زمان تکمیل و هزینه برونسپاری تشکیل شده است. محدودیت اول بیان می کند که اگر کاری برونسپاری نشده باشد تنها می تواند روی یک ماشین و در یک موقعیت پردازش شود. محدودیت دوم نشان می دهد که یک کار الزاماً می بایست بعد از کار دیگری قرار بگیرد. محدودیت سوم نشان دهنده این است که یک کار حداکثر می تواند قبل از یک کار دیگر قرار بگیرد. محدودیت چهارم و پنجم نشان دهنده این است که اگر یک کار برونسپاری شود نمی تواند در داخل پردازش شوند.

محدودیت ششم نشان می دهد که یک کار بعد از اتمام کار قبلی روی ماشین می بایست انجام شود. بعد از اتمام کار قبلی شروع به پردازش روی ماشین می کند و امکان انجام دو کار به طور همزمان روی یک ماشین وجود نخواهد داشت. محدودیت هفتم تضمین می کند که کاری که برونسپاری شده است تنها پیش از Lead time قابل تحویل می باشند. محدودیت هشتم نشان می دهد که بودجه برونسپاری که مقدار محدودی دارد، می بایست ارضاء شود. محدودیت نهم نیز ویژگی های متغیرهای مسئله را بیان می کند.

به منظور مقیاس کردن تابع هدف از

$$\delta \left( \frac{\max_i C_i - OPT_{Scheduling}}{\min\{OPT_{Scheduling}, OPT_{outsourcing}\}} \right) + (1 - \delta) \times \left( \frac{\sum_{i=1}^N (z_i \times O_i) - OPT_{outsourcing}}{\min\{OPT_{Scheduling}, OPT_{outsourcing}\}} \right)$$

بجای تابع هدف استفاده کرده ایم.

#### ۴. روش حل

همانطور که در بخش قبلی دیده شد مدل ریاضی برای مسائل زمانبندی ماشینهای موازی ارائه شد با توجه به اینکه زمان حل

$$\text{Min}[\delta(\max_i C_i) + (1 - \delta) \times (\sum_{i=1}^N (z_i \times O_i))]$$

Subject to:

$$\sum_{i=0, i \neq j}^N \sum_{k=1}^K x_{ijk} \leq 1, \quad j = 1, \dots, N, \quad (1)$$

$$\sum_{i=0, i \neq j}^N x_{ijk} = y_{jk}, \quad j = 1, \dots, N, \quad k = 1, \dots, K \quad (2)$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^N x_{ijk} \leq y_{ik}, \quad i = 1, \dots, N, \quad k = 1, \dots, K \quad (3)$$

$$\sum_{i=0, i \neq j}^N \sum_{k=1}^K x_{ijk} = 1 - z_j, \quad j = 1, \dots, N \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{jk} = 1 - z_j, \quad j = 1, \dots, N \quad (5)$$

$$C_j + M(1 - x_{ijk}) \geq C_i + P_j, \quad C_0 = 0, \quad j = 1, \dots, N, \quad i = 0, \dots, N, \quad i \neq j, \quad k = 1, \dots, K \quad (6)$$

$$C_i \geq z_i \times L_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^N z_j \times O_j \leq B \quad (8)$$

$$x_{ijk}, y_{jk}, z_j = 0 \text{ or } 1; C_i \geq 0, \quad j = 1, \dots, N, \quad i = 0, \dots, N, \quad k = 1, \dots, K \quad (9)$$

کارهای برونسپاری شده با توجه به نسبت تعریف شده در بالا، کارهایی که در داخل کارگاه می‌بایست پردازش شوند بر اساس روش LPT چیده می‌شوند. البته (22) نشان داده است که این روش پایدار<sup>۴</sup> است.

مراحل بدست آوردن جواب اولیه در زیر آمده است:

**گام ۱:**  $p_i, \delta, K, o_i$  را به عنوان ورودی دریافت کنید.

**گام ۱:**  $I_i = \frac{\delta}{1-\delta} \times \frac{p_i}{K \times o_i}$  را به ازای  $i = 1, 2, \dots, N$  محاسبه کنید.

**گام ۲:** کارها را بر اساس توالی غیر نزولی مقدار  $I_i$  مرتب کنید

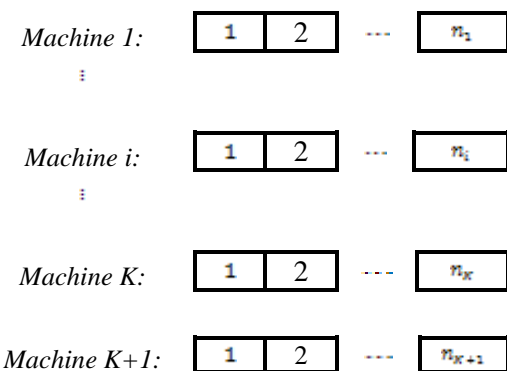
**گام ۳:** اگر  $N \geq 50$  بود آنگاه  $X = 0.1$  و گرنه  $X = 0.2$

**گام ۴:** عدد  $Y = Uniform[1, XN]$  را بدست آورید و  $Y$  کار را از ابتدای لیست مرتب شده در گام ۲ انتخاب کنید.

**گام ۵:**  $Y$  کار را برونسپاری کنید و  $(X-Y)$  کار باقی مانده را بر اساس روش LPT بچینید.

#### ۴-۱-۲. نمایش جواب

یک جواب شدنی از مسئله PMSPCOM<sup>۵</sup> همانطور که در شکل دیده می‌شود ساختاری است که  $n_k$  کار را روی ماشین  $k$  ( $k=1, 2, \dots, K$ ) ام و  $n'$  کار به عنوان کارهای برونسپاری شده در نظر می‌گیرد. به گونه‌ای که  $N = \sum_{k=1}^K n_k + n'$ . جواب شدنی که روابط (۲) الی (۸) را در بخش ماشینهای موازی ارضا، می‌کنند را می‌توان در شکل دید. باید توجه کرد که ماشین  $K+1$  ام به عنوان مجموعه کارهای برونسپاری شده در نظر گرفته می‌شوند.



شکل ۱. نمایش جواب شدنی

مسائل با مدل ریاضی با افزایش ابعاد مسئله به شدت افزایش می‌یابد لذا استفاده از روش متاهیوریستیک معقول به نظر می‌رسد. در این فصل به ارائه روش‌های حل متاهیوریستیک متناسب با مسائل مورد بررسی می‌پردازیم.

#### ۴-۱-۱. روش جستجوی ممنوع در محیط ماشینهای موازی

همانطور که در قبل نیز گفته شده‌است، به منظور حل مسئله ماشینهای موازی با امکان برونسپاری به ارائه روش فرا ابتکاری پرداخته‌ایم. همانطور که می‌دانید روش جستجوی ممنوع در نقاط بهینه موضعی با راهکار لیست ممنوع به دام نمی‌افتد. این اصلی‌ترین تفاوت روش جستجوی ممنوع با الگوریتم‌های بهبود مستمر<sup>۱</sup> است که سعی می‌کنند در هر تکرار تابع هدف را بهبود دهند. این مزیت از این امر نشأت می‌گیرد که روش جستجوی ممنوع این اجازه را به ما می‌دهد که بتوان در یک سری از توالی‌های از قبل تعیین‌شده بدون بهبود و یا حتی با بدتر شدن مقدار تابع هدف به جستجوی در فضای حل ادامه داد.

#### ۴-۱-۱-۱. جواب اولیه

از آنجایی که روش جستجوی ممنوع با تک جواب اولیه به دنبال جواب بهینه می‌گردد، لذا جواب اولیه نزدیک بهینه<sup>۲</sup> می‌تواند تا حدود زیادی موجب بدست آوردن جواب‌های با کیفیت بالا در مراحل بعدی شود.

این خاصیت این الزام را فراهم می‌آورد که با ایجاد جواب اولیه نزدیک بهینه بتوانیم جواب‌های با کیفیت مناسب‌تری در مرحله بعدی بدست آوریم. به این منظور در این مسئله می‌بایست با ایجاد مکانیزمی به دنبال مجموعه جواب اولیه‌ای بود که دارای مجموعه جواب کارهای برونسپاری شده مناسب باشد. برای این منظور فاکتور نسبت زمان به هزینه برونسپاری تعریف شده‌است.

این نسبت عبارت است از  $\frac{\delta}{1-\delta} \times \frac{p_i}{K \times o_i}$  ( $i = 1, \dots, N$ ) نسبت  $\frac{p_i}{K}$  نشان دهنده متوسط زمانی است که به طور متوسط به مقدار زمان کل<sup>۳</sup> اضافه می‌شود. حاصل تقسیم متوسط افزایش زمان به هزینه برونسپاری کار  $i$  است. عبارت  $\frac{\delta}{1-\delta}$  مقدار نسبت را با توجه به مقدار  $\delta$  به روز می‌کند.

همانطور که در قبل بیان شده است  $\delta$  ضریب ترکیب محدب تابع هدف است. منطقی است که کارهایی با مقدار نسبت بیشتر شانس بیشتری برای برونسپاری داشته باشد. با بدست آوردن مجموعه

<sup>4</sup> Robust

<sup>5</sup> Parallel Machine Scheduling Problem Considering Outsourcing Model

<sup>1</sup> Hill-climbing

<sup>2</sup> Near Optimal

<sup>3</sup> Makespan

شامل همه کارها باشد نمایشگر یک جواب است. بعد از انجام یک اپراتور حرکت بردارهایی که اخیراً تغییر کرده‌اند ممنوع میشوند. هنگامی که بردار  $(i, k)$  ممنوع باشند، تمام کارهایی که شامل بردار  $(i, k)$  باشند ممنوع می‌باشند. این نوع دسته بندی ممنوع<sup>۷</sup> از بازگشت یک کار جابجا شده مانند  $i$  به ماشین  $k$  در چند مرحله بعدی با توجه به اندازه لیست ممنوع<sup>۸</sup> جلوگیری میکند. باید توجه کرد که اندازه لیست ممنوع تعداد تکرارهایی است که یک بردار ممنوع باقی می‌ماند. این مستلزم آن است که تمامی بردارهایی که در مرحله بعد تولید میشوند از نظر ممنوع بودن چک شوند.

#### ۴-۱-۵. قانون اصلاح تنور ممنوع<sup>۹</sup>

تنور ممنوع تعداد تکرارهایی است که یک بردار ممنوع باقی می‌ماند. بعد از این که یک حرکت روی فضای جواب انجام شد، چند مرحله جواب تازه عبور شده از مشاهده مجدد در مجموعه جواب منع می‌شود. بر اساس این ایده کارهایی که در مرحله آخر جابجا شده‌اند، از بازگشت مجدد روی همان ماشین با توجه به طول لیست ممنوع باز داشته می‌شوند. به منظور اجرای تنور ممنوع در عمل یک شمارنده برای بردارهای ممنوع تعریف شده است. این شمارنده بعد از هر تکرار یک شماره به شمارنده‌ی آن کار می‌افزاید و بعد از این که این شمارنده به اندازه لیست ممنوع رسید آن کار از تنور ممنوع خارج می‌شود.

#### ۴-۱-۶. معیار خاتمه

عملیات جستجوی ممنوع زمانی متوقف می‌شود که تابع هدف برای تکرار متوالی ثابت بماند. این امر توسط (23) نشان داده شده است. این معیار قبل از اینکه فرایند جستجو شروع شود با توجه به اندازه لیست ممنوع و اندازه مسئله تعیین می‌شود. اینجا فرض شده است که فرایند اگر بعد از ۲۵ تکرار متوالی بهبود نیابد متوقف می‌شود.

#### ۴-۲. روش جستجوی بهینه ذرات در محیط ماشینهای موازی

در بخش قبلی به انطباق روش جستجوی ممنوع در محیط ماشینهای موازی پرداخته شد. در این بخش به انطباق روش جستجوی بهینه ذرات روی مسئله ماشینهای موازی می‌پردازیم. همانطور که میدانیم روش جستجوی بهینه ذرات روشی است پیوسته، که به منظور استفاده از آن در محیطهای گسسته، می-

۴-۱-۳. تولید جواب همسایه

به منظور ایجاد جواب همسایه پنج نوع حرکت مورد استفاده قرار گرفته است که می‌تواند موجب ایجاد جواب همسایه شود.

#### ۴-۱-۳-۱. جابجایی کار برونسپاری نشده تک جهت<sup>۱</sup>

این اپراتور یک کار برونسپاری نشده را از جای کنونی اش برمی‌دارد و آن را روی مجموعه کارهای ماشین دیگر قرار می‌دهد. این اپراتور تنها می‌تواند مقدار زمان کل<sup>۲</sup> را بهبود دهد.

#### ۴-۱-۳-۲. جابجایی کار برونسپاری نشده دو جهت<sup>۳</sup>

این اپراتور دو کار را به طور رندوم از دو ماشین انتخاب می‌کند باید توجه کرد که UJS-BD و UJS-UD تنها می‌توانند تابع هدف زمانبندی را بهبود دهد و در برونسپار تأثیری ندارد.

#### ۴-۱-۳-۳. جابجایی کارهای برونسپاری شده تک جهت<sup>۴</sup>

این حرکت در ابتدا یک کار را انتخاب می‌کند. در صورتی که کار برونسپاری شده باشد به مجموعه کارهای برونسپاری نشده اضافه می‌شود و بلعکس.

#### ۴-۱-۳-۴. جابجایی کارهای برونسپاری شده دو جهت

این اپراتور دو کار را که یکی از آنها کار برونسپاری شده است را انتخاب می‌کند و جای آنها را دو به دو عوض می‌کند.

#### ۴-۱-۳-۵. جابجایی کار ماشین و مجموعه برونسپاری شده

این اپراتور موقعیت تمام کارهایی را که روی یک ماشین خاص پردازش می‌شوند را با مجموعه کارهای برونسپاری شده عوض می‌کند. این اپراتور کارهای دو مجموعه را جابجا می‌کند و یک جواب جدید می‌سازد. این اپراتور به طور کلی از محدوده جواب فعلی به منطقه جواب دیگر رفته و باعث ایجاد تنوع<sup>۵</sup> بیشتر در جواب می‌شود. باید توجه کرد که اپراتورهای OJS-UD، OJS-BD و OMS زمانی شدنی هستند که محدودیت بودجه ارضا شود، وگرنه اپراتور می‌بایست تکرار شود.

#### ۴-۱-۴. دسته بندی و محدودیت ممنوع<sup>۶</sup>

فرض کنید که بردار  $(i, k)$  نشان دهنده این باشد که کار  $i$  روی ماشین  $k$  پردازش شود. لذا یک مجموعه از چنین کارهایی که

<sup>1</sup> Unoutsourced Job Swap-Uni-Direction(UJS-UD)

<sup>2</sup> MakeSpan

<sup>3</sup> Unoutsourced Job Swap-Bi-Direction(UJS-BD)

<sup>4</sup> Outsourced Job Swap-Uni-Direction(OJS-UD)

<sup>5</sup> Diversification

<sup>6</sup> Tabu classification and restriction

<sup>7</sup> Tabu classification

<sup>8</sup> Tabu List Size

<sup>9</sup> Tabu Tenure Modification Rule

میگیریم. سپس با ایجاد تغییرات جزئی در این جواب به ایجاد جواب هایی دیگر می پردازیم. برای این منظور بین ۵ تا ۱۵ درصد از کارهای این جواب را به طور اتفاقی انتخاب میکنیم. سپس این کارها را به ماشینهایی که بیکاری بیشتری دارند تخصیص یا اینکه برونسپاری می کنیم.

#### روش دوم:

در این روش کارهایی را که کمترین زمان پردازش را دارند در داخل پردازش کنیم و تعدادی از کارهایی را که بیشترین زمان پردازش را دارند، برونسپاری می کنیم.

#### روش سوم:

در این روش کارهای با بیشترین هزینه برونسپاری را در داخل پردازش میکنیم و کارهایی را که کمترین هزینه برونسپاری را دارد برونسپاری میکنیم. حداکثر تعداد کارهای برونسپاری شده در این روش عبارت است از سه برابر تعداد کارها تقسیم بر تعداد ماشین می باشد.

#### روش چهارم:

این روش به طور رندوم به ایجاد جواب اولیه می پردازد. در این روش تخصیص کار به ماشین یا برونسپاری شدن آن از هیچ فائده ای پیروی نمی کند. باید توجه داشت که در تمامی روشهای بالا هزینه برونسپاری کل از بودجه برونسپاری بیشتر نشود.

#### ۴-۲-۳. تولید جواب همسایه

به منظور تولید جواب همسایه، روش PSO راهکاری دارد که توسط آن به ایجاد فضای همسایگی می پردازد. این راهکار عبارت است از تعیین مکان ذره با توجه به مکان فعلی ذره و بهینه موضعی و سراسری. این راهکار در زیر آورده شده است.

$$V_d^{i+1} = wV_d^i + c_1r_1(P_{local}^i - x_d^i) + c_2r_2(P_{global}^i - x_d^i) \quad (1)$$

$$X_d^{i+1} = X_d^i + V_d^{i+1} \quad (2)$$

با توجه به فرمولهای (۱) و (۲) واضح است که نمی توان آنها را در محیط گسسته به کار برد لذا می بایست با استفاده از مکانیزمی این حالت پیوسته را قابل استفاده در محیط گسسته نمود. برای این منظور به تعدیل فرمولهای (۱) و (۲) پرداخته ایم تا بتوان از آنها در فضای گسسته استفاده کرد.

بایست این روش را برای محیطهای گسسته طراحی کرد. در این بخش به طراحی روش جستجوی بهینه ذرات در محیط ماشین-های موازی می پردازیم.

#### ۴-۲-۱. نمایش جواب

همانطور که میدانید در ماشینهای موازی کارها می بایست روی تعدادی ماشین انجام شوند. برای این منظور به ارائه روش نمایش جواب در محیط ماشینهای موازی پرداخته ایم. در این نمایش نواری به تعداد کارها در نظر گرفته میشود و سپس به ازای هر کار یک ماشین در درایه متناظر آن کار در نظر گرفته می شود. این نوع نمایش این امکان را به ما میدهد که با تغییر عدد موجود در یک درایه به تغییر ماشین بپردازیم. و به منظور نمایش کارهای برونسپاری شده بجای شماره ماشین از عدد صفر استفاده می کنیم. شکل نمایش دهنده نمونه ای از این روش نمایش جواب است.

۱	۰	۳	۰	۲	۳	۲	۲	۳	۱
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

شکل ۲. نمایش جواب روش جستجوی بهینه ذرات در

#### محیط ماشین های موازی

همانطور که در شکل بالا می بینید یک توالی با ۱۰ کار و ۳ ماشین نمایش داده شده است. کارهایی که عدد تخصیص داده شده به آنها بین ۱ و ۳ می باشند نمایانگر شماره ماشین تخصیصی به آن است و کارهایی که عدد تخصیص یافته به آن عدد ۰ است، برونسپاری می شود.

#### ۴-۲-۲. تولید جواب اولیه

از آنجایی که روش بهینه سازی ذرات روشی است که بر اساس جمعیت جواب اولیه کار می کند لذا در این بخش می بایست به ارائه روشی بپردازیم که بتواند جمعیتی جواب اولیه بسازد. لذا در این بخش سعی به ارائه روشهای متفاوت برای ایجاد جواب اولیه بپردازیم

#### روش اول:

همانطور که ملاحظه فرمودید در بخش روش جستجوی ممنوع به ارائه روش ایجاد جواب اولیه پرداختیم. از آنجایی که روش جستجوی ممنوع نیاز به تک جواب اولیه دارد، لذا در روش ایجاد جواب اولیه در آن بخش به ایجاد تک جواب اولیه پرداختیم. لذا بر مبنای این روش به ایجاد جواب اولیه می پردازیم. برای این منظور تک جواب اولیه بدست آمده در روش جستجوی ممنوع را در نظر

### ۵. نتایج عددی

همانطور که در فصل‌های قبلی دیدید به ارائه مدل ریاضی و مدل متاهیورستیک جهت حل مسئله زمانبندی با امکان برونسپاری در محیط‌های ماشین موازی پرداختیم. در این فصل سعی می‌شود که با ارائه نتایج عددی کارایی روش‌های متاهیورستیک را نشان دهیم.

به منظور سنجش کارایی روش‌های ارائه شده، ایجاد مسئله آزمایش<sup>۱</sup> جدایی ناپذیر است. در زیر به ارائه پارامترهای مسئله می‌پردازیم.

زمان پردازش:

$$p_i \sim \text{Gamma}(\text{average}(50), \text{diversion}(20))$$

زمان تحویل:

$$l_i \sim \text{Gamma}(\text{average}(10), \text{diversion}(10))$$

هزینه برونسپاری:

$$o_i \sim \text{Gamma}\left(\text{average}\left(\frac{\sum_{j=1}^n p_j}{1+K}\right), 10\right)$$

بودجه برونسپاری

$$B \sim \text{Unif}\left(0.8 \times \left(\frac{\sum_{j=1}^n o_j}{K}\right), 1.25 \times \left(\frac{\sum_{j=1}^n o_j}{K}\right)\right)$$

در بالا همانطور که می‌بینید به منظور تولید مسئله آزمایش از تابع توزیع گاما و یکنواخت استفاده کردیم.

زمان پردازش از تابع گاما با میانگین ۵۰ و انحراف معیار ۲۰ تولید کردیم. زمان  $l_i$  با استفاده از تابع گاما با میانگین ۱۰ و انحراف ۱۰ تولید می‌شود. با توجه به اینکه به منظور برونسپاری این امکان وجود دارد که به چند کاندیدای مختلف بتوان کارها را برونسپاری کرد و لذا میانگین زمان آن و همچنین انحراف معیار آن با توجه به تعدد کاندیدا کمتر است. مقدار هزینه برونسپاری نیز به منظور ایجاد تعادل در سیستم از توزیع گاما با میانگین زمان انجام فرایند در هر ماشین و انحراف معیار ۱۰ استفاده کردیم. مقدار بودجه برونسپاری نیز با توجه به این که  $\frac{\sum_{j=1}^n o_j}{K}$  بخشی از کل هزینه برونسپاری است در نزدیکی این محدوده تعریف شده است. مسئله مورد نظر را به سه قسمت تقسیم کرده- ایم: مسائل کوچک با ۱۰-۲۰ یا ۳۰ کار، مسائل متوسط با ۵۰ و ۷۵ کار و مسائل بزرگ با ۱۰۰ کار پرداخته‌ایم. در روش

$$V_d^{t+1} = V_d^t + \left( R_1 \times (P_{local} \bar{X}_d^t) + R_2 \times (P_{global} X_k^t) \right)$$

$$X_d^{t+1} = X_d^t + V_d^{t+1} \quad (4)$$

برای این منظور به ایجاد سه اپراتور جمع، ضرب و تفریق می‌پردازیم تا بتوان به ایجاد روش جستجوی بهینه ذرات پردازیم.

اپراتور جمع ( $\oplus$ ): این اپراتور دو توالی را دریافت می‌کند. کارهایی را که وضعیت مشابه دارند عیناً کپی می‌کند. سپس برای سایر کارها تک تک به بررسی کارها می‌پردازد. برای هر کار، وضعیت یکی از توالی‌ها را به عنوان خروجی در نظر می‌گیرد. با توجه به محاسبات انجام شده به نظر می‌رسد که اگر با احتمال ۰٫۶ وضعیت توالی دوم را به عنوان خروجی در نظر بگیریم به خروجی بهتری برسیم.

اپراتور تفریق ( $\ominus$ ): این اپراتور دو توالی را دریافت می‌کند. کارها را به ترتیب بررسی می‌کند. در صورتی که وضعیت کار در دو توالی متفاوت باشد، توالی اول را به عنوان خروجی در نظر می‌گیرد. در صورتی که وضعیت در هر دو یکی باشد، این کارها را بر اساس روش اول تولید جواب اولیه می‌چیند.

اپراتور ضرب ( $\otimes$ ): این اپراتور یک آرایه  $1 \times M$  متشکل از ارقام صفر و یک و از طرف دیگر یک توالی را دریافت می‌کند. در صورتی که مقدار آرایه یک باشد وضعیت کار عیناً کپی می‌کند و در صورتی که مقدار صفر داشته باشد، وضعیت کار را معکوس می‌کند.

بدین ترتیب که اگر کار در داخل انجام شود تبدیل به وضعیت برونسپاری می‌شود و در صورتی که برونسپاری شده باشد تبدیل به وضعیت پردازش در داخل می‌شود. به منظور پردازش در داخل کارها زمان  $C_{Max}$  کارهای موجود را در نظر بگیرید سپس ماشینهای با زمان بیکاری بیشتر را با کارهایی که بیشترین زمان پردازش دارند، پر کنید. احتمال یک بودن در این فرایند ۹۵٪ در نظر گرفته شده است.

### ۴-۲-۴. معیار خاتمه

روش جستجوی بهینه ذرات در صورتی که برای تعداد تکرار خاصی ثابت باقی بماند و بهبود نیابد متوقف می‌شود. در این تحقیق فرض بر این است که در صورتی که برای ۲۵ توالی متوالی تابع هدف بهبود نیافت الگوریتم متوقف می‌شود.

<sup>1</sup> Test Problem

در پیش محاسبات موید این ادعا است. به منظور تعیین تعداد ذره مناسب محاسباتی با ۱۰۰، ۱۲۵ و ۱۵۰ ذره انجام داده‌ایم. با توجه به اینکه در این محاسبات ۱۵۰ ذره بهترین خروجی را دارد، لذا تعداد ذرات ۱۵۰ در نظر گرفته شده است.

مسائل آزمایش با کامپیوتر با پردازشگر ۲٫۶ GHz و 3Gb رم مورد بررسی قرار گرفته است. مدل ریاضی با Lingo 8.0 کد شده است و همچنین مدل متاهیوریستیک در محیط Matlab2008b کد شده است.

با توجه به اینکه مسئله مورد بررسی هم با مدل ریاضی و هم با روشهای متاهیوریستیک مورد بررسی و حل قرار گرفته است، می‌توان به بررسی میزان انحراف روشهای متاهیوریستیک از جواب بهینه پرداخت.

به منظور مقایسه مسئله مورد نظر فاکتور Gap تعریف شده است این فاکتور که به صورت  $((O_{M-Hsu} - O_{OPT})/O_{OPT}) \times 100$  تعریف شده است، عبارت است از اختلاف تابع هدف متاهیوریستیک و مقدار بهینه تقسیم بر مقدار تابع هدف بهینه.

جدول الی جدول نشان‌دهنده خلاصه‌ای از مقادیر Gap و همچنین زمانهای مورد نیاز برای حل هر کدام از این روشها برای مقادیر  $\delta=0.25, 0.5, 0.75$  می‌باشد.

جستجوی ممنوع به منظور اینکه پارامترهای مسئله را تعیین کنیم در ابتدا به حل مسئله با ابعاد کوچک پرداختیم. بنابراین با انجام محاسبات روی مسائل کوچک با پارامترهای مختلف بهترین مقدار پارامتر انتخاب و برای کل مسئله مورد استفاده قرار گرفته است. لذا اندازه لیست ممنوع با توجه به محاسبات مقدار ۷ تعیین شده است. همچنین مقدار احتمال‌های اپراتورها نیز به صورت زیر تعیین شده است.

$$P_{OMS}=0.1; P_{OJSU}=0.5; P_{OJSB}=0.2; P_{UJSU}=0.1; P_{UJSB}=0.1$$

از طرف دیگر مسئله ماشین‌های موازی با استفاده از روش بهینه سازی ذرات نیز مورد بررسی قرار گرفته است. در روش بهینه سازی ذرات نیز مشابه روش جستجوی ممنوع به حل مسائل کوچک با پارامترهای متفاوت پرداختیم و بهترین پارامترها را برای حل کل مسئله به کار برده‌ایم. با توجه به این محاسبات مقادیر پارامترها به شرح زیر تعیین شده‌اند. به منظور تولید جواب اولیه ۴۵٪ حل‌های اولیه را از روش اول، ۲۰٪ را از روش دوم، ۲۵٪ را از روش سوم و ۱۰٪ را از روش چهارم تولید کرده‌ایم. با توجه به این که روش اول تولید جواب اولیه به طور همزمان هم هزینه برونسپاری و زمان پردازش را در نظر می‌گیرد، جواب‌هایی با کیفیت بالاتر تولید می‌کند و تعیین ضریب بالاتر برای این روش

جدول ۳. نتایج عددی با  $\delta = 0.25$

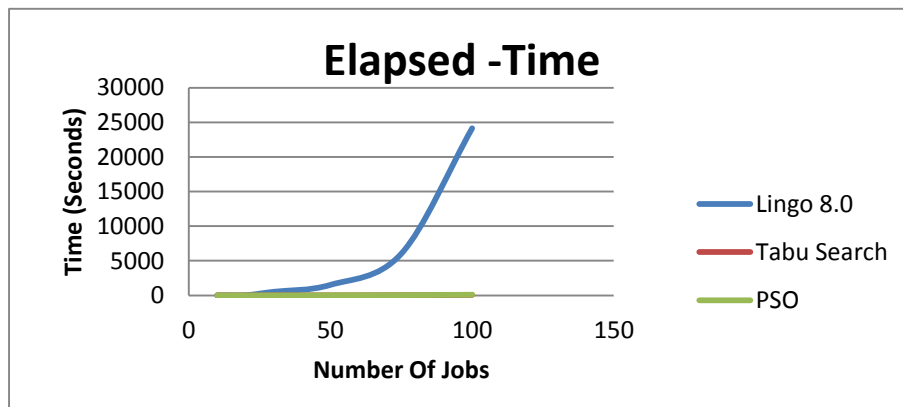
$\delta = 0.25$	Tabu Search				PSO				Optimum method	
	Number of jobs	Aver. Gap(%)	Max. Gap(%)	Aver. time(sec)	Max. time(sec)	Aver. Gap(%)	Max. Gap(%)	Aver. time(sec)	Max. time(sec)	Aver. time(sec)
۱۰	۸.۵۲%	۱۲.۵۴%	۱.۲۴	۱.۶۷	۳.۸۳%	۶.۳۸%	۲.۱۳	۴.۱۵	۱	۱
۲۰	۷.۴۲%	۱۳.۹۵%	۳.۷۸	۴.۲۳	۲.۴۱%	۳.۱۷%	۳.۱۴	۴.۸۵	۳۲۳	۴۳۸
۳۰	۴.۳۷%	۱۱.۷۲%	۵.۲۱	۶.۸۴	۳.۴۱%	۵.۱۰%	۷.۲۹	۱۳.۴۲	۱۵۲۳	۱۸۶۴
۵۰	۳.۷۵%	۷.۳۱%	۱۰.۶۲	۱۳.۵۸	۲.۷۶%	۲.۸۴%	۱۲.۳۶	۲۳.۱۹	۴۲۸۵	۵۸۶۶
۷۵	۲.۳۱%	۶.۳۷%	۲۴.۶۹	۲۶.۸۳	۰.۹۵%	۱.۷۹%	۳۷.۱۹	۴۱.۲۳	۶۳۸۹	۷۳۲۷
۱۰۰	۰.۸۳%	۳.۶۶%	۷۶.۴۷	۸۱.۵۹	۰.۴۹%	۰.۷۳%	۷۷.۲۵	۱۳۳.۲۰	۲۴۶۴۹	۳۵۸۴۶

جدول ۴. نتایج عددی با  $\delta = 0.5$

$\delta = 0.5$	Tabu Search				PSO				Optimum method	
	Number of jobs	Aver. Gap(%)	Max. Gap(%)	Aver. time(sec)	Max. time(sec)	Aver. Gap(%)	Max. Gap(%)	Aver. time(sec)	Max. time(sec)	Aver. time(sec)
۱۰	۶.۹۳%	۱۲.۴۳%	۱.۷۵	۲.۳۷	۳.۱۱%	۲.۶۲%	۳.۲۸	۴.۲۷	۱	۱
۲۰	۳.۴۷%	۱۲.۴۳%	۳.۲۴	۵.۲۴	۱.۷۳%	۲.۵۸%	۴.۰۹	۵.۰۶	۳۷۳	۴۵۱
۳۰	۴.۷۴%	۶.۸۵%	۵.۴۳	۷.۴۸	۱.۳۰%	۱.۹۴%	۹.۶۸	۱۱.۹۲	۱۷۴۳	۱۹۲۵
۵۰	۳.۴۱%	۷.۳۴%	۱۱.۷۵	۱۵.۸۵	۱.۷۹%	۲.۴۰%	۱۷.۸	۲۰.۱۳	۴۲۷۵	۵۷۲۴
۷۵	۱.۶۳%	۵.۵۳%	۲۵.۸۴	۳۰.۴۹	۰.۴۵%	۰.۶۷%	۳۹.۸۲	۶۷.۳۵	۷۲۹۱	۹۳۷۱
۱۰۰	۰.۶۲%	۲.۶۵%	۷۸.۳۹	۹۰.۷۵	۰.۶۲%	۱.۱۷%	۹۷.۲۳	۱۶۳.۰۹	۲۷۲۳۱	۳۱۴۲۰

جدول ۵. نتایج عددی با  $\delta = 0.75$ 

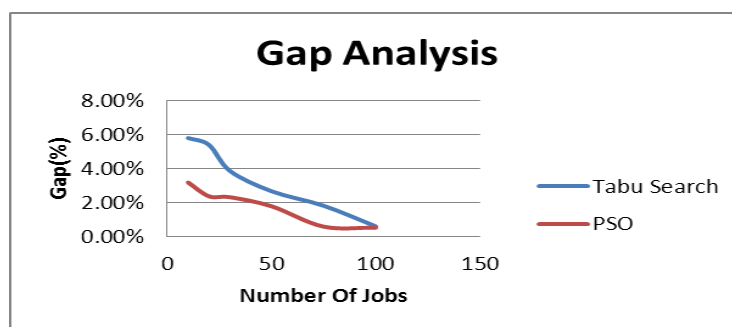
$\delta = 0.75$ Number of jobs	Tabu Search				PSO				Optimum method	
	Aver. Gap(%)	Max. Gap(%)	Aver. time(sec)	Max. time(sec)	Aver. Gap(%)	Max. Gap(%)	Aver. time(sec)	Max. time(sec)	Aver. time(sec)	Max. time(sec)
۱۰	۴.۵۹%	۸.۸۲%	۲.۳۷	۴.۲۸	۴.۶۹%	۵.۴۱%	۳.۵۹	۶.۷۶	۱	۱
۲۰	۴.۲۸%	۸.۹۴%	۳.۵۸	۶.۶۳	۳.۱۲%	۵.۸۴%	۶.۲۸	۶.۶۳	۴۱۲	۴۷۶
۳۰	۲.۷۴%	۸.۹%	۷.۴۵	۸.۳۱	۲.۹۴%	۴.۳۸%	۱۲.۲۹	۱۷.۴۱	۱۹۲۰	۲۰۷۲
۵۰	۲.۳۸%	۱۰.۴۳%	۱۴.۳۰	۱۸.۴۸	۱.۸۴%	۲.۸۲%	۲۱.۰۸	۳۳.۷۸	۴۸۱۴	۵۷۵۹
۷۵	۲.۹۴%	۶.۱۰%	۲۷.۹۳	۳۴.۹۲	۰.۶۹%	۰.۹۲%	۴۹.۹۶	۷۰.۰۴	۸۳۹۷	۹۱۳۸
۱۰۰	۰.۸۹%	۲.۶۹%	۹۱.۷۴	۱۰۵.۱۱	۰.۴۲%	۰.۸۱%	۱۰۴.۵۹	۱۷۰.۴۶	۲۸۰۳۸	۳۴۸۷۲



شکل ۳. زمان حل مسئله ماشین های موازی با امکان برونسپاری

این در حالی است که زمان مورد نیاز برای حل مسئله از طریق روش متاهیوریستیک تغییر چندانی نمی‌کند. با توجه به زمان صرف شده استفاده از روش متاهیوریستیک کاملاً معقول به نظر می‌رسد. اختلاف ذکر شده هنگامی که تعداد کارها بیشتر می‌شود بسیار مشهودتر است به طوری که حل مسئله با ابعاد بزرگتر از ۱۰۰ با استفاده از روش دقیق کاری غیر معقول به نظر می‌رسد. البته میزان کیفیت جواب نیز می‌بایست در انتخاب نوع روش حل مد نظر قرار گیرد. البته با توجه به اینکه کیفیت روشهای متاهیوریستیک ارائه شده در این تحقیق با افزایش ابعاد مسئله بهبود می‌یابد، می‌توان برای مسائل با ابعاد بزرگ از روشهای متاهیوریستیک استفاده نمود. این امر در شکل نشان داده شده است.

همانطور که از جداول بالا مشخص است میزان اختلاف تابع هدف روشهای متاهیوریستیک و مقدار بهینه مدل ریاضی، با افزایش ابعاد مسئله کاهش می‌یابد. همچنین با توجه به اینکه روش جستجوی بهینه ذرات نسبت به روش جستجوی ممنوع به طور متوسط جوابهایی با ۱.۵۶٪ کیفیت بهتر ارائه می‌کند، به نظر می‌رسد که استفاده از روش جستجوی بهینه ذرات نسبت به روش جستجوی ممنوع مناسب‌تر و منطقی‌تر باشد. به منظور روشن‌تر شدن مسئله در زیر به نمایش زمان‌های حل مسئله با روشهای مختلف پرداخته‌ایم. شکل نشان دهنده زمان صرف شده برای مسائل با ابعاد مختلف می‌باشد. همانطور که دیده می‌شود زمانی که برای حل مسئله به طور دقیق مورد نیاز است با افزایش تعداد کارها به شدت افزایش می‌یابد.



شکل ۴. آنالیز انحراف از جواب دقیق

$$\frac{((O_{without heuristic} - O_{with heuristic}) / O_{with heuristic}) \times 100}{100}$$

نشان دهنده اختلاف مقدار تابع هدف با و بدون روش هیوریستیک تقسیم بر تابع هدف با مقدار روش هیوریستیک است. جدول نشان دهنده Gap جواب اولیه می‌باشد.

همچنین به منظور اثبات کارایی روش هیوریستیک مورد استفاده برای ایجاد جواب اولیه به ایجاد مسائل نمونه با ابعاد ۲۰، ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ کار پرداخته ایم. به منظور سنجش کارایی این روش به فاکتور زیر تعریف شده است.

جدول ۵. تاثیر روش هیوریستیک در تولید جواب اولیه در روش های TS و PSO

Number of jobs	Tabu Search						PSO					
	$\delta = 0.25$		$\delta = 0.5$		$\delta = 0.75$		$\delta = 0.25$		$\delta = 0.5$		$\delta = 0.75$	
	Aver. Gap(%)	Max. Gap(%)	Aver. Gap(%)	Max. Gap(%)	Aver. Gap(%)	Max. Gap(%)	Aver. Gap(%)	Max. Gap(%)	Aver. Gap(%)	Max. Gap(%)	Aver. Gap(%)	Max. Gap(%)
۲۰	۳۶.۷۳%	۵۲.۶۱%	۴۰.۶۸%	۵۱.۲۹%	۳۹.۶۳%	۴۸.۷۰%	۱۶.۷۵%	۲۷.۸۳%	۱۲.۰۵%	۱۸.۶۹%	۲۱.۴۳%	۲۸.۷۰%
۵۰	۵۱.۲۷%	۶۳.۲۶%	۵۸.۹۳%	۶۶.۲۸%	۵۵.۸۰%	۶۲.۷۲%	۲۱.۵۹%	۲۸.۹۴%	۱۸.۹۸%	۲۱.۴۸%	۱۴.۵۶%	۲۲.۷۳%
۱۰۰	۵۴.۱۹%	۶۳.۶۴%	۵۷.۹۶%	۶۴.۷۰%	۴۸.۸۳%	۵۹.۴۹%	۲۸.۳۸%	۳۲.۰۴%	۲۳.۹۰%	۳۱.۴۲%	۲۳.۸۶%	۲۹.۰۵%
۲۰۰	۶۱.۲۵%	۶۷.۶۳%	۶۰.۷۵%	۶۷.۸۳%	۶۲.۹۸%	۷۱.۷۴%	۲۵.۹۳%	۲۸.۸۵%	۳۳.۴۸%	۳۹.۵۴%	۲۵.۹۰%	۲۸.۴۲%

duration", International Journal of Production Economics, Vol. 62, 1999, PP. 219-232.

- [9] Bowman R.A., "Due date-based metrics for activity importance in stochastic activity networks", Annals of Operations Research, Vol. 102, 2001, PP. 39-48.
- [10] Williams F.E. "PERT Completion Times Revisited", Informs Transactions of Education, Vol. 6, No. 1, 2005, PP. 21-34.
- [11] Schuyler J., *Risk and Decision Analysis in Projects*, Project Management Institute, 2<sup>nd</sup> edition, June 2001.
- [12] Lewis J.P., *Mastering Project Management: Applying Advanced Concepts to System Thinking, Control Evaluation, Resource Allocation*, McGraw-Hill, 2<sup>nd</sup> edition, 2008.
- [13] Ghattas R.G. & Mckee S.L., *Practical Project Management*, Prentice Hall, 2001.
- [14] Nicholas J.M., *Project Management for business and Engineering Principles and practice*, Butterworth-Heinemann, 2<sup>nd</sup> edition, 2004.
- [15] Moder J.J., Philips C.R., Davis E.W., *Project Management with CPM, PERT and Precedence Diagramming*, Van Nostrand, New York, 1983.

## مراجع

- [۱] حاج شیر محمدی، علی، "مدیریت و کنترل پروژه"، مرکز انتشارات واحد صنعتی اصفهان، ۱۳۷۸.
- [۲] طارقیان، حامد رضا، "برنامه ریزی و کنترل پروژه-مفاهیم و روش ها"، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، ۱۳۸۸.
- [۳] راهنمای گسترده دانش مدیریت پروژه، مؤسسه مدیریت پروژه PMI، ترجمه: ذکایی آشتیانی، محسن، حسینی، سید حسین، چاپ سوم، ۲۰۰۴.
- [4] Bowman R. A., "Sensitivity Curves for Effective Project Management", Naval Research Logistics (NRL), Vol. 50, No. 5, 2003, pp. 481-497.
- [5] Van Slyke R.M., "Monte carlo methods and the PERT problem", Vol. 11, 1963, PP. 839-860.
- [6] Williams T.M., "Criticality in stochastic networks", Journal of the Operational Research society, Vol. 43, 1992, PP. 353-357.
- [7] Cho J.G. & Yum B.J., "An uncertainty performance measure of activities in PERT networks", International Journal of Production Research, Vol. 35, No. 10, 1997, PP. 2737-2758.
- [8] Elmaghraby S.E., Fathi Y., & Taner M.R., "On the sensitivity of project variability to activity mean