

## SUGGESTION A COMPOSED OPTION PRICING MODEL BASED ON BLACK-SCHOLES AND BINOMIAL TREE MODELS (CASE STUDY IN TEHRAN STOCK EXCHANGE)

A.M. Kimiagari & E. Afarideh Sani

Department of Industrial Eng, kimiagar@aut.ac.ir, ehsan.afarideh@gmail.com

**Abstract:** This paper suggests a composed option pricing model based on black-scholes and binomial tree models. So at first this two models are presented and analyzed. Then we showed black-scholes model is an appropriate option pricing model for stocks with low volatility and binomial trees model is an appropriate option pricing model for stocks with high volatility. Suggested model is a composed model of black-scholes and binomial tree models and volatility is used as selecting model factor. To determine volatility limit quantity, we calculated average volatility of Iran Stock Exchange. For this calculating we selected 32 stocks in two period of time. At the end of paper, suggested model is validated by 2 methods and it's validity is approved by both of them.

### ارائه یک روش تلفیقی جهت قیمت گذاری اختیار معامله مبتنی بر دو مدل بلک شولز و درخت دوتایی (مطالعه موردی بازار بورس سهام ایران)

علی محمد کیمیاگری و احسان آفریده ثانی

**چکیده:** هدف از این مقاله ارائه روشی مناسب جهت قیمت گذاری اختیار معامله مبتنی بر دو روش بلک شولز و درخت دوتایی می باشد. بدین منظور به بررسی این دو روش قیمت گذاری پرداخته شده است. آنالیز مدل ها در مقاله نشان می دهد که مدل بلک شولز مدلی مناسب جهت قیمت گذاری اختیار معامله سهام های با volatility پایین و مدل درخت دوتایی مدلی مناسب جهت قیمت گذاری سهام ها با volatility بالا می باشد. مدل پیشنهاد شده این مقاله مدلی ترکیبی از این دو روش بلک شولز و درخت دوتایی می باشد که فاکتور انتخاب روش عامل volatility سهم می باشد. جهت محاسبه مقدار کمی حد ممیز volatility، به محاسبه میانگین volatility بازار ایران پرداخته شده است. برای محاسبه این میانگین از ۳۲ سهم بازار بورس تهران استفاده گردیده است. در نهایت مدل ارائه شده به دو روش ریاضی-تحلیلی و نظرسنجی از خبرگان اعتبارسنجی گردیده که نتایج آن در مقاله ذکر گردیده و اعتبار مدل توسط هر دو روش تایید گردیده است.

**کلمات کلیدی:** اختیار معامله، بلک شولز، درخت دوتایی، بازار بورس ایران

#### ۱. مقدمه

موضوع این مقاله در مورد بررسی برخی روشهای قیمت گذاری اختیار معامله و انتخاب روش مناسب جهت ایران می باشد. رونق

تاریخ وصول: ۸۶/۲/۱۰

تاریخ تصویب: ۸۷/۵/۱

دکتر علی محمد کیمیاگری، استادیار دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی

امیرکبیر، kimiagar@aut.ac.ir

احسان آفریده ثانی فوق لیسانس مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع،

دانشگاه صنعتی امیر کبیر ehsan.afarideh@gmail.com

بورس در هر کشور به عنوان یک منبع مهم اقتصاد و تامین سرمایه می تواند یک پشتوانه قوی برای صنعت و اقتصاد آن کشور محسوب گردد. بنابراین دولتها بایستی سعی در فعال نمودن این بازار و جذب سرمایه های سرگردان به سمت این بازار نمایند.

یکی از راهکارهای مهم و موثر جهت موفقیت هر بازار و در نتیجه بازار بورس کشور، وجود ابزارها و محصولات متنوع در آن بازار می باشد تا بتواند بدین وسیله خریداران و سرمایه گذاران مختلف با علایق متفاوت را راضی نموده و هر فرد با هر درجه از ریسک پذیری و سود جویی قادر به انتخاب محصول مورد نظر خود باشد. یکی از

$P$ : احتمال افزایش قیمت در هر حالت  
 $\delta$ : volatility سهم

$$f_u = e^{-r\Delta t} [Pf_{uu} + (1-P)f_{ud}] \quad (1)$$

$$f_d = e^{-r\Delta t} [Pf_{ud} + (1-P)f_{dd}] \quad (2)$$

$$f = e^{-r\Delta t} [Pf_u + (1-p)f_d] \quad (3)$$

با جایگزینی  $f_u$  و  $f_d$  از معادله (۱) و (۲) داریم:

$$f = e^{-2r\Delta t} [P^2 f_{uu} + 2P(1-P)f_{ud} + (1-P)^2 f_{dd}] \quad (4)$$

همچنین مقادیر  $u$  و  $d$  با استفاده از روابط زیر محاسبه می گردند:

$$u = e^{\delta\sqrt{\Delta t}} \quad d = e^{-\delta\sqrt{\Delta t}} \quad (5)$$

$$P = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \quad (6)$$

متغیرهای  $P^2$ ،  $2P(1-P)$  و  $(1-P)^2$  برابر با احتمال وقوع گره‌های نهایی بالایی، میانی و پایینی (به ترتیب) می‌باشند. ما همچنین می‌توانیم از درختهای ۳ مرحله‌ای، ۴ مرحله‌ای و ... استفاده نماییم. شیوه محاسبه قیمت اختیار معامله با این درخت‌ها نیز به همین صورت می‌باشد. به صورت کلی بایستی در ابتدا قیمت سهم را با استفاده از ضریب  $u$  و  $d$  در گره‌های مختلف درخت محاسبه نماییم تا در نهایت به گره‌های پایانی درخت دست یابیم. سپس از گره‌های پایانی و طی یک فرایند جلو به عقب (back ward) در ابتدا قیمت اختیار معامله در گره‌های نهایی (سود حاصل از به اجرا گذاری اختیار معامله برای خریدار) را محاسبه نماییم و سپس این قیمت‌ها را با نرخ بهره بدون ریسک تعدیل نموده و به سمت گره ابتدایی درخت حرکت نماییم [۴].

### ۲-۲. مدل قیمت گذاری بلک شولز

یکی از مدل‌های مطرح در بحث قیمت گذاری مشتقات مالی و بویژه اختیار معامله‌ها مدل بلک شولز می‌باشد. شکل کلی معادله بلک شولز به صورت زیر می‌باشد. این معادله جهت قیمت گذاری بسیاری از مشتقات مالی و به ویژه اختیار معامله کاربرد دارد [۵-۶]. قبل از ارائه رابطه‌های این قسمت به تعریف یکسری متغیرهای استفاده شده در این قسمت پرداخته می‌شود:

$f$ : بازده اختیار معامله  
 $t$ : زمان  
 $S$ : قیمت سهم

مسائل مهم در مورد هر ابزار مالی و از جمله اختیار معامله، بحث قیمت گذاری می‌باشد. از آنجاییکه سیاست بازار بورس کشورمان نیز بر متنوع سازی ابزارهای مالی می‌باشد، ضرورت انجام چنین تحقیقاتی کاملاً احساس می‌شود.

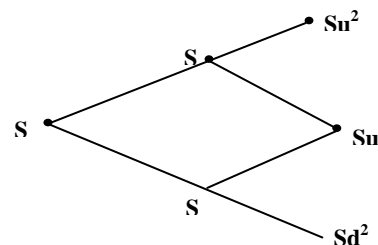
با توجه به جدید بودن موضوع اختیار معامله در ایران و پس از بررسی تحقیقات و پروژه‌های انجام شده در کتابخانه‌ها و پایگاه‌های اسناد تحقیقی در این زمینه مشاهده نگردید و نیاز به تحقیقات بیشتر در این زمینه کاملاً احساس می‌گردد. معتبرترین مدل‌های قیمت گذاری اختیار معامله در دنیا دو مدل بلک شولز و درخت دوتایی می‌باشد که در این تحقیق به بررسی و استفاده از آنها به منظور ارائه مدلی مناسب با بازار بورس ایران پرداخته شده است.

### ۲. مدل‌های قیمت گذاری اختیار معامله

#### ۲-۱. مدل درخت‌های دوتایی

روش درخت‌های دوتایی یکی از روشهای بسیار معروف و پرکاربرد در بحث قیمت گذاری اختیار معامله می‌باشد. این روش شامل رسم درخت دوتایی می‌باشد که این درخت‌ها مسیر حرکت قیمت سهم و همچنین قیمت اختیار معامله را در زمانهای مختلف نمایش می‌دهد. درخت دوتایی را می‌توان با گام‌های مختلف رسم کرد. در یک بازه زمانی ثابت (T) هر چه تعداد گام‌ها بیشتر باشند، درخت، مسیریها و حالت‌های بیشتری را بررسی می‌کند و دقت محاسبات بیشتر می‌شود [۱].

در این قسمت رابطه‌های کلی محاسبه قیمت اختیار معامله را با استفاده از یک درخت دو مرحله‌ای استخراج می‌نماییم. شکل ۱ را در نظر بگیرید. فرض می‌کنیم که در این مورد قیمت اولیه سهم برابر با  $S$  باشد در هر گام قیمت سهم می‌تواند به اندازه ضریب  $u$  افزایش یابد یا به اندازه ضریب  $d$  کاهش پیدا کند ( $u > 1$  و  $d < 1$ ). فرض می‌کنیم نرخ بهره بدون ریسک برابر با  $r$  باشد و همچنین طول بازه زمانی در هر گام برابر با  $\Delta t$  باشد.



شکل ۱. نمونه یک درخت دوتایی دو مرحله‌ای

می‌توانیم قیمت اختیار معامله در هر گره را با استفاده از روابط زیر محاسبه نماییم [۲-۳]:

میزان بازدهی اختیار معامله در موقعیت X

نمود. برای محاسبه قیمت اختیار فروش می توان روابط مشابهی استخراج نمود و یا بعد از محاسبه اختیار خرید، با توجه به رابطه Put-Call Parity قیمت اختیار فروش مربوطه را محاسبه نمود. با توجه به این رابطه قیمت اختیار فروش با توجه به رابطه زیر محاسبه می گردد:

$$P = Xe^{-r(T-t)}N(-d_2) - SN(-d_1) \quad (۱۴)$$

### ۳. آنالیز مدل ها

#### ۳-۱. مدل بلک شولز

این مدل یکی از معتبرترین مدل های موجود جهت قیمت گذاری اختیار معامله ها و علی الخصوص اختیار معامله های اروپایی می باشد و عملاً در بسیاری از کشورها جهت قیمت گذاری اختیار معامله از این مدل استفاده می شود که به عنوان مثال می توان به بورس های استرالیا، فرانسه اشاره کرد. البته این مدل مانند هر مدلی دارای فرضیاتی در مورد بازار می باشد که در بعضی شرایط این مفروضات نقض می شوند [۴]. از اینرو برخی افراد نظیر ملتون مدل هایی را جهت اصلاح این فرضها ارائه کرده اند ولی این مدلها گرچه یک فرضیه خاص را بهبود داده اند ولی در مجموع انحراف زیادی را از شرایط مطلوب بازار حاصل نموده اند و به راحتی و صراحتاً فاقد اعتبار تلقی شده اند. مدل بلک شولز جهت قیمت گذاری اختیار معامله در ابتدا یک پرتفولیوی بدون ریسک متشکل از سهم و اختیار معامله تشکیل می دهد و توسط پارامتری به نام دلتا ( $\Delta$ ) نسبت میان سهم و اختیار معامله را به نحوی انتخاب می کند که پرتفولیوی بدون ریسک گردد [۷]. به عنوان مثال محاسبه می گردد که برای بدون ریسک بودن پرتفولیوی بایستی به ازای هر اختیار معامله،  $\Delta$  سهم نگهداری شود و این مقدار در ابتدای قیمت گذاری محاسبه می گردد و بایستی تا زمان سررسید اختیار معامله حفظ گردد. مساله ای که اتفاق می افتد این است که سهم در طول زمان نوسان می کند و قیمت آن تغییر می نماید و این مقدار  $\Delta$  دیگر به ازای قیمت جدید سهم صادق نمی باشد [۷]. برای اینکه این پرتفولیوی بدون ریسک باقی بماند بایستی این مقدار  $\Delta$  به صورت مداوم و متناوباً به روز رسانی و متوازن گردد تا صحت فرض مدل بلک شولز ثابت باقی بماند. چنانچه volatility مربوط به یک سهم زیاد باشد این فرض سریعتر نقض می شود و انحراف از مدل حاصل می شود [۸]. بنابراین مدل بلک شولز در مواردی که volatility مربوط به سهم کمتر باشد بهتر عمل می نماید و قیمت محاسبه شده آن بهتر است. [۱۱و۸].

بنابراین مدل بلک شولز قیمت اختیار معامله های at the money را خیلی بهتر از اختیار معامله های in the money و money out of the money محاسبه می نماید. بنابراین از این مدل جهت سهم هایی با volatility کمتری استفاده می گردد [۱۱]. همچنین

$r$ : نرخ بازده بدون ریسک  
 $T$ : دوره اختیار معامله  
 $\phi$ : معرف توزیع نرمال  
 $N$ : معرف توزیع نرمال استاندارد  
 $d_1$  و  $d_2$ : عناصر واسطه محاسباتی

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rs \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \delta^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf$$

در قسمت بعد صورت ساده تر این معادله جهت قیمت گذاری اختیار معامله توضیح داده می شود.

#### ۲-۲-۱. فرمول قیمت گذاری اختیار معامله توسط مدل بلک شولز

مقدار مورد انتظار بازده اختیار خرید در زمان سررسید در دنیای بدون ریسک برابر است با [۸]:

$$\max(S_T - X, 0) \quad (۷)$$

و ارزش اختیار خرید برابر با ارزش فعلی این بازده می باشد بنابراین داریم:

$$C = e^{-r(T-t)}[\max(S_T - X, 0)] \quad (۸)$$

همچنین در یک دنیای بدون ریسک،  $\ln S_T$  دارای یک توزیع نرمال به شکل زیر می باشد:

$$\ln S_T \sim \phi \left[ \ln S + \left( r - \frac{\delta^2}{2} \right) (T-t), \delta \sqrt{T-t} \right] \quad (۹)$$

با توجه به ارزشگذاری سمت راست معادله (۸) نتایج زیر حاصل می گردد:

$$C = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)}N(d_2) \quad (۱۰)$$

بطوریکه:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\delta^2}{2}\right)(T-t)}{\delta \sqrt{T-t}} \quad (۱۱)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\delta^2}{2}\right)(T-t)}{\delta \sqrt{T-t}} = d_1 - \delta \sqrt{T-t} \quad (۱۲)$$

همچنین رابطه ۱۰ می تواند به شکل زیر نوشته شود.

$$C = e^{-r(T-t)} \left[ SN(d_1) e^{r(T-t)} - XN(d_2) \right] \quad (۱۳)$$

با توجه به رابطه بالا می توان قیمت یک اختیار خرید را محاسبه

مکمل‌های بسیار مناسبی جهت یکدیگر بوده و نواقص یکدیگر را پوشش دهند. بنابراین بایستی این دو مدل را با یکدیگر ترکیب کرده و از مدل حاصله جهت قیمت‌گذاری اختیار معامله در ایران استفاده نماییم. فاکتور مناسب و موثر جهت تعیین مرز جدایی این دو مدل volatility سهم می‌باشد بدین صورت که بایستی جهت محاسبه قیمت اختیار معامله سهم هایی با volatility پایین از روش بلک شولز و سهم های با volatility بالا از روش درخت‌های دو تایی استفاده نمود. بنابراین جهت محاسبه قیمت اختیار معامله مربوط به یک سهم بایستی در ابتدا volatility آن سهم را محاسبه نمود. جهت محاسبه این volatility قیمت‌های تاریخی آن سهم مورد نیاز می‌باشد. مساله دیگری که در توسعه مدل در این مقاله مهم می‌باشد مشخص کردن حد volatility جهت انتخاب مدل می‌باشد. بدین منظور میانگین volatility بازار به عنوان حد جدایی در نظر گرفته شد. به منظور محاسبه volatility تعدادی از سهم‌های بازار بورس اوراق بهادار به عنوان سهم‌های نمونه انتخاب گردیده و volatility هر یک محاسبه گردید و میانگین این volatility ها به عنوان volatility بازار در نظر گرفته شد. به منظور اینکه این نمونه‌برداری و انتخاب سهم‌های مورد نظر به صورت کاملاً متنوع و از تمامی طبقات سهم‌های بازار انتخاب گردد در ابتدا به طبقه‌بندی انواع سهم‌های موجود در بازار بورس تهران پرداختیم و سپس از هر طبقه چند سهم را به صورت انتخابی معین نمودیم. این طبقه‌بندی به شرح زیر می‌باشد:

- شرکتهای سرمایه گذاری، شرکتهای خودرویی، شرکتهای سیمانی، شرکتهای نفت و پتروشیمی، شرکتهای بانکی و بیمه ای، شرکتهای دارویی، شرکتهای معدنی، شرکتهای شیمیایی، شرکتهای لیزینگ، شرکتهای صنعتی/تولیدی
- این طبقه بندی بر اساس تنوع صنعت و تعداد شرکتهای موجود از هر دسته در بازار بورس صورت گرفته است. لیست شرکتهایی که در این طبقات به عنوان نمونه انتخاب گردیده اند به شرح زیر می باشد:
- شرکتهای سرمایه گذاری شامل: سرمایه گذاری آتیه دماوند، سرمایه گذاری ملت، سرمایه گذاری پتروشیمی
- شرکتهای خودرویی شامل: ایران خودرو، پارس خودرو، زامیاد
- شرکتهای سیمانی شامل: سیمان صوفیان، سیمان تهران
- شرکتهای نفتی و پتروشیمی شامل: نفت بهران، پتروشیمی شیراز، پتروشیمی خارک
- شرکتهای دارویی شامل: داروسازی رازی، داروسازی فارابی
- شرکتهای معدنی شامل: چادرملو
- شرکتهای شیمیایی شامل: نیرو کلر، پارس پامچال
- شرکتهای لیزینگ شامل: لیزینگ ایران، لیزینگ صنعت و معدن
- شرکتهای صنعتی/تولیدی شامل: آزمایش، بوتان، فولاد کاویان، سالمین، گروه بهمن، کاشی تکسرام، لاستیک دنا، مهram، ماشین سازی اراک، افسست، شیشه قزوین

یکی از مفروضات مدل بلک شولز، بدون ریسک بودن بازار است و بازار را بدون ریسک فرض می‌کند. همانطور که از ورودی‌های این مدل مشخص است این مدل ریسک را در هیچیک از قسمتهای خود در نظر نگرفته است و چنانچه volatility مربوط به یک سهم زیاد باشد ریسک حاصله زیاد می‌گردد [۷]. بنابراین چنانچه پیشتر نیز استنتاج شد مدل بلک شولز در مواردی که volatility مربوط به یک سهم کمتر باشد بهتر می‌تواند قیمت مناسب اختیار معامله را محاسبه نماید [۱۱ و ۸].

### ۲-۳. مدل درخت دوتایی

همانطور که پیش تر توضیح داده شد این مدل یکی از مدل‌های قیمت گذاری اختیار معامله می‌باشد. این مدل در هر گام نوسانات مربوط به قیمت سهم را در یک فرایند دوتایی رسم می‌نماید و قیمت سهم را در پایان هر گام محاسبه می‌نماید. این محاسبات بر اساس احتمال حرکت سهم به سمت بالا و یا به سمت پایین و با توجه به ضریب افزایش و کاهش قیمت سهم توسط روابطی خاص که توضیح داده شد انجام می‌پذیرد. هر چه تعداد گام‌های این مدل بیشتر باشد دقت محاسباتی مدل و به فراخور آن حجم محاسباتی افزایش می‌یابد به طوری که در یک مدل دوتایی با ۳۰ گام، قیمت‌های مربوط به حدود یک میلیارد مسیر بررسی می‌گردد [۹ و ۷]. این مدل ماهیتاً از یک پرتفولیوی بدون ریسک (شامل اختیار معامله و سهم) جهت قیمت گذاری استفاده می‌نماید که دلتای مربوط به این پرتفولیو در هر گام محاسبه و به روز می‌گردد [۹]. این مدل به دلیل ماهیت خود و گستردگی نگاه به آینده از مدل‌های پر کاربرد در قیمت گذاری اختیار معامله می‌باشد و جهت قیمت گذاری اختیار معامله های آمریکایی و اروپایی استفاده می‌گردد. مزیت اصلی این مدل رسم حالت‌های مختلف حرکت قیمت سهم می‌باشد و بنابر این ویژگی از گستردگی زیادی برخوردار بوده و جهت قیمت گذاری اختیار معامله مربوط به سهم هایی که دارای volatility بالایی می‌باشند قابل کاربرد است و همچنین جهت محاسبه اختیار معامله های آمریکایی که مشخصه اصلی آنها ریسک بالا می‌باشد [۱۱ و ۸]. این مدل در بازارهای زیادی در دنیا نظیر بازار استرالیا، شیکاگو، لندن کاربرد دارد. در مجموع مدل قیمت‌گذاری درخت‌های دوتایی جهت قیمت گذاری سهم‌هایی که از volatility بالایی برخوردار می‌باشند پر کاربرد بوده و می‌تواند در کنار مدل بلک شولز، که دارای ویژگی‌های مکمل این مدل می‌باشد، مدل مناسبی جهت قیمت گذاری اختیار معامله باشد.

### ۴. توسعه و تشریح مدل

هدف این قسمت ارائه یک مدل قیمت‌گذاری مناسب جهت استفاده در بازار ایران می‌باشد. همانطور که در بررسی ویژگی‌های این دو مدل مشخص گردید، مدل بلک شولز و درخت‌های دوتایی می‌توانند

اطلاعات مربوط به قیمت این سهم ها در بازه های زمانی فوق الذکر از بازار بورس اوراق بهادار تهران اخذ گردیده است. سهم های مورد استفاده بایستی دارای ویژگی هایی در بازه زمانی مورد استفاده باشند. به عنوان مثال مجمع عادی و فوق العاده ای در این بازه نداشته باشند، در این بازه افزایش سرمایه صورت نپذیرفته باشد، تقسیم سود و شکست سهم صورت نپذیرفته باشد و بطور کلی سهم دارای وضعیت عادی و قابل معامله باشد که تمامی موارد فوق در مورد سهم های مورد استفاده در نظر گرفته شده است. نتایج این محاسبات مطابق جدول ذیل می باشد:

• شرکتهای بیمه ای و بانکی شامل: بانک اقتصاد نوین، بانک پارسیان  
پس از انتخاب سهام مورد نظر بایستی volatility مربوط به این سهم ها محاسبه گردد و سپس با استفاده از این اطلاعات، volatility مربوط به بازار محاسبه گردند. بدین منظور اطلاعات ۵ ماهه مربوط به قیمت این سهم ها در دو مقطع زمانی به صورت جداگانه مورد استفاده قرار گرفته است. بازه زمانی اول ماههای شهریور، مهر، آبان، آذر و دی سال ۸۳ و بازه زمانی دوم ماههای فوق الذکر سال ۸۴ بوده است.

جدول ۱. نتایج محاسبه volatility سهم ها در سال ۸۳ و ۸۴

volatility		نام شرکت	ردیف	volatility		نام شرکت	ردیف
84	83			84	83		
۵۴	۴۵	آزمایش	۱۷	۳۶	۴۸	سرمایه گذاری ملت	۱
۲۸	۳۴	بوتان	۱۸	۳۹	۵۷	سرمایه گذاری پتروشیمی	۲
۳۴	۲۹	فولاد کاویان	۱۹	۱۴	۸	ایران خودرو	۳
۲۰	۱۸	سالمین	۲۰	۱۶	۲۶	پارس خودرو	۴
۲۳	۳۰	گروه بهمن	۲۱	۱۶	۲۶	زامیاد	۵
۴۲	۲۳	کاشی تکسرام	۲۲	۱۷	۲۳	سیمان صوفیان	۶
۳۰	۳۲	لاستیک دنا	۲۳	۱۹	۲۲	سیمان تهران	۷
۳۸	۴۵	مهرام	۲۴	۱۵	۲۱	نفت بهران	۸
۱۲	۴۰	ماشین سازی اراک	۲۵	۴۰	۴۱	پتروشیمی فارابی	۹
۲۳	۳۷	افست	۲۶	۳۰	۲۹	پتروشیمی خارک	۱۰
۳۷	۲۲	شیشه قزوین	۲۷	۲۷	۲۸	داروسازی رازی	۱۱
۱۲	۱۹	بانک اقتصاد نوین	۲۸	۲۰	۲۹	داروسازی فارابی	۱۲
۳۷	۲۹	بانک پارسیان	۲۹	۳۰	۲۳	چادرمو	۱۳
۲۴	۳۸	پاکسان	۳۰	۲۸	۴۶	نیروکلر	۱۴
-	۴۱	شیمیایی سینا	۳۱	۴۱	۴۰	پارس پامچال	۱۵
۴۲	-	لیزینگ صنعت و معدن	۳۲	۴۳	-	لیزینگ ایران	۱۶

به منظور محاسبه قیمت اختیار معامله مربوط به یک سهم خاص در بازار ایران بایستی در ابتدا پارامترهای توافقی محاسبه قیمت اختیار معامله نظیر زمان سررسید، قیمت آتی توافقی، نوع اختیار معامله و غیره مشخص گردند.

با توجه به محاسبات بالا میانگین volatility بازار ایران برابر با ۳۰ محاسبه گردیده است. بنابراین مدل نهایی ارائه شده در این پروژه به شکل زیر می باشد:

مختلف صورت گرفته است که این چهار قیمت برابر با  $0.05+$ ،  $0.05-$ ،  $0.1+$ ،  $0.1-$  قیمت اولیه سهم ها در آن تاریخ بوده است. ۸ سهم انتخاب گردیده از بازار بورس تهران به شرح ذیل می باشند: سرمایه گذاری پتروشیمی، سرمایه گذاری ملت، بوتان، ماشین سازی اراک، ایران خودرو، چادرمو، پتروشیمی آبادان، نفت بهران

#### ۱-۱-۵. محاسبه معیارهای مقایسه مدل ها

در این قسمت به بیان نحوه محاسبه معیارهای مقایسه مدل ها می پردازیم. همانطور که بیان شد معیار مقایسه بر پایه میزان سود و زیان خریدار و فروشنده اختیار معامله می باشد. بدیهی است که در پایان زمان سررسید اختیار معامله، سود خریدار برابر با زیان فروشنده و ضرر خریدار برابر با سود فروشنده می باشد. بنابراین ما به محاسبه سود و زیان خریدار اختیار معامله بسنده می کنیم که برابر با سود و زیان فروشنده نیز می باشد.

همانطور که مطرح شد، مدل برتر مدلی است که در آن سود و ضرر خریدار و فروشنده نزدیک به صفر باشد، بدین معنی که هر چه مجموع سود و ضرر خریدار و فروشنده کمتر باشد کارکرد مدل بهتر است.

بنابراین به محاسبه این مجموع پرداخته شد که البته در هر حالت یا سود حاصل می گردد و یا زیان حاصل می شود. بنابر این مجموع سود و ضرر خریدار در هر حالت یا شامل سود آن حالت و یا شامل ضرر آن حالت می باشد و بدیهی است که اتفاق توامان سود و ضرر برای یک طرف معامله ممکن نمی باشد.

حال به بیان نحوه محاسبه این مقادیر می پردازیم:

در ابتدا برای ۸ سهم انتخابی، زمان عقد قرارداد اختیار معامله مشخص می گردد. سپس دوره سررسید اختیار معامله و نوع آن و قیمت توافقی آتی مشخص می گردد که دوره سررسید تمامی اختیار معامله ها ۳ ماهه در نظر گرفته شده است. سپس با استفاده از داده های تاریخی قیمت سهم ها به محاسبه  $volatility$  سهم پرداخته می شود و پس از مشخص شدن  $volatility$ ، قیمت اختیار معامله سهم در بازه ۳ ماهه (شامل اختیار خرید و اختیار فروش) محاسبه می گردد. بعد از انجام این محاسبات و با مشخص کردن قیمت واقعی سهم در پایان دوره ۳ ماهه، به محاسبه مجموع سود و ضرر خریدار اختیار معامله پرداخته می شود.

این محاسبات به شرح زیر می باشند:

#### • چنانچه اختیار معامله ما اختیار خرید باشد و قیمت سهم در پایان دوره اختیار خرید بیشتر از قیمت آتی توافقی باشد:

در این صورت خریدار اختیار معامله اقدام به اجرای اختیار معامله خود می نماید ولی نمی توانیم بیان کنیم که در این معامله لزوماً سود نموده است، زیرا مبلغی را به عنوان قیمت اختیار خرید در ابتدا

سپس بایستی  $volatility$  مربوط به سهم توسط داده های تاریخی قیمت سهم محاسبه گردند. چنانچه  $volatility$  سهم پایین تر از ۳۰٪ باشد روش بلک شولز روش مرجع جهت محاسبه قیمت اختیار معامله می باشد و چنانچه این  $volatility$  بالاتر از ۳۰٪ باشد روش درخت دوتایی روش مناسب جهت محاسبه قیمت اختیار معامله سهم می باشد.

#### ۵. اعتبارسنجی مدل ارائه شده

این بخش شامل اعتبارسنجی مدل پیشنهاد شده در قسمت قبل می باشد. اعتبارسنجی این مدل به دو صورت انجام گردیده است. نوع اول اعتبارسنجی به صورت ریاضی و تحلیلی و نوع دوم اعتبارسنجی توسط نظرسنجی از خبرگان که در قسمتهای بعد به توضیح مفصل آنها پرداخته شده است.

#### ۱-۵. اعتبارسنجی ریاضی - تحلیلی

قبل از بیان نحوه اعتبارسنجی مدل، در این قسمت به بیان یک اصل مهم در قیمت گذاری اختیار معامله پرداخته می شود که اعتبارسنجی در این قسمت بر پایه این اصل صورت پذیرفته است. هر مدل قیمت گذاری اختیار معامله، سعی در مشخص نمودن قیمت اختیار معامله به گونه ای دارد که در پایان دوره سررسید اختیار معامله و پس از به اجرا گذاری آن هیچ یک از طرفین قرارداد اختیار معامله، با توجه به در نظر گرفتن ارزش زمانی پول، متحمل هیچگونه سود و زیانی نگردند. یعنی در پایان دوره سررسید اختیار معامله، خریدار و فروشنده اختیار معامله متحمل سود و زیان نگردند [۷-۸].

البته بایستی در نظر داشت که به دلیل وجود عدم قطعیت های بسیار زیاد در بازارهای مالی امکان تحقق این امر بسیار ضعیف و نزدیک به صفر می باشد، ولی به عنوان یک معیار نسبی، هر روشی که در این زمینه انحراف کمتری داشته باشد می تواند به عنوان روش مرجع انتخاب گردد. در این قسمت کارایی روش پیشنهاد شده در این مقاله با مدل های استفاده شده در این مدل یعنی مدل بلک شولز و درخت های دوتایی مقایسه می گردد.

بدین منظور ۸ سهم از بازار بورس تهران انتخاب گردیده و برای یک دوره زمانی ۳ ماهه در ابتدای سال ۸۳ قیمت اختیار خرید و اختیار فروش این سهم ها به سه روش بلک شولز، درخت های دو تایی و روش پیشنهادی مقاله محاسبه گردیده است. این ۸ سهم به گونه ای انتخاب گردیده است که  $volatility$  چهار سهم بالای  $volatility$  بازار و میانگین چهار سهم دیگر پایین تر از میانگین  $volatility$  بازار می باشند. همچنین این ۸ سهم در دوره سررسید خود، دارای سود تقسیمی و شکست سهم نیز نبوده اند. سپس محاسبات قیمت اختیار معامله برای چهار قیمت آتی توافق شده

- چنانچه اختیار معامله ما اختیار فروش باشد و قیمت سهم در پایان دوره اختیار فروش بیشتر از قیمت آتی توافقی باشد:

در این صورت خریدار اختیار فروش اقدام به اجرای اختیار معامله خود نمی نماید و متحمل ضرر می گردد که این مبلغ ضرر برابر است با ارزش کنونی پول پرداخت شده توسط وی در زمان عقد قرارداد. این مبلغ برابر است با [Y]:

$$Pe^{rT} = \text{زیان خریدار اختیار خرید} \quad (19)$$

بنابراین و با توجه به مسائل مطرح شده در بالا مجموع سود و ضرر خریدار اختیار فروش برابر است با [Y]:

$$\begin{aligned} \text{If } (S_T - X) < 0 &\rightarrow |X - S_T| - Pe^{rT} \\ \text{If } (S_T - X) < 0 &\rightarrow Pe^{rT} \end{aligned} \quad (20)$$

## ۲-۱-۵. محاسبه عملی مقادیر مجموع سود و زیان

در این قسمت به محاسبه عملی مقادیر سود و زیان در مورد ۸ سهم ذکر شده پرداخته شده است.

سهم‌های انتخاب شده جهت این محاسبات، قیمت فعلی این سهم‌ها در تاریخ انتخاب شده، volatility سهم‌ها و قیمت سهم در زمان سررسید در جدول زیر آورده شده است.

جدول ۲. اطلاعات اولیه ۸ سهم مورد استفاده

نام سهم	قیمت فعلی	تاریخ فعلی	volatility	قیمت سهم در زمان سررسید
سرمایه گذاری پتروشیمی	۲۸۵۸	۸۳/۲/۱	۰.۳۵	۷۲۴۰
سرمایه گذاری ملت	۱۷۶۰	۸۳/۲/۱	۰.۲۷	۳۶۰۳
بوتان	۱۰۶۰	۸۳/۲/۱	۰.۳۲	۲۰۳۸
ماشین سازی اراک	۳۵۲۶	۸۳/۱/۱۰	۰.۳۶	۲۹۸۱
ایران خودرو	۷۱۳۸	۸۳/۲/۱	۰.۲۸	۶۳۶۲
چادرملو	۱۰۵۹۹	۸۳/۲/۱	۰.۴۳	۹۱۹۲
پتروشیمی آبادان	۱۰۴۲۰	۸۳/۲/۱	۰.۲۱	۲۰۱۲۶
نفت تهران	۲۵۳۴۲	۸۳/۲/۲	۰.۱۵	۲۷۶۴۶

به فروشنده اختیار خرید پرداخت کرده است. سود یا زیان خریدار اختیار خرید در این صورت به شرح زیر می باشد: [Y]

$$|S_T - X| - Pe^{rT} = \text{سود یا زیان} \quad (15)$$

قیمت اختیار معامله C, P  
قیمت آتی توافقی X:  
چنانچه این مبلغ بیشتر از صفر باشد خریدار اختیار خرید سود نموده و چنانچه این مبلغ کمتر از صفر باشد خریدار اختیار خرید ضرر نموده است.

- چنانچه اختیار معامله ما اختیار خرید باشد و قیمت سهم در پایان دوره اختیار خرید کمتر از قیمت آتی توافقی باشد:

در این صورت خریدار اختیار خرید اقدام به اجرای اختیار معامله خود نمی نماید و بنابر این در این حالت قطعاً متحمل ضرر می شود که این مبلغ ضرر برابر است با ارزش کنونی پول پرداخت شده توسط وی در زمان عقد قرارداد. این مبلغ برابر است با [Y]

$$Pe^{rT} = \text{زیان خریدار اختیار خرید} \quad (16)$$

بنابراین و با توجه به مسائل مطرح شده در بالا مجموع سود و زیان خریدار اختیار خرید برابر است با [Y]:

$$\begin{aligned} \text{if } (S_T - X) > 0 &\rightarrow |S_T - X| - Pe^{rT} \\ \text{if } (S_T - X) < 0 &\rightarrow Pe^{rT} \end{aligned} \quad (17)$$

- چنانچه اختیار معامله ما اختیار فروش باشد و قیمت سهم در پایان دوره اختیار فروش کمتر از قیمت آتی توافقی باشد:

در این صورت خریدار اختیار معامله اقدام به اجرای اختیار فروش خود می نماید ولی نمی توان به صورت قطعی بیان کرد که در این معامله سود نموده است زیرا فرد خریدار مبلغی را در ابتدا و به عنوان قیمت اختیار فروش، به نویسنده این اختیار معامله پرداخت نموده است. سود یا زیان خریدار اختیار فروش در این صورت به شرح زیر می باشد [Y]:

$$|X - S_T| - Pe^{rT} = \text{سود یا زیان} \quad (18)$$

چنانچه این مبلغ بیشتر از صفر باشد خریدار اختیار فروش سود نموده است ولی چنانچه این مبلغ کمتر از صفر باشد، خریدار اختیار فروش ضرر نموده است.

همانطور که از جداول بالا مشاهده می گردد در مورد هر چهار سری قیمت آتی توافق شده مختلف مورد بررسی، مجموع سود و زیان خریداران و فروشندگان اختیار معامله به روش پیشنهادی پروژه، از دو روش درخت‌های دوتایی و بلک شولز کمتر بوده است که این مساله نشان دهنده اعتبار مدل جهت بازار ایران می باشد.

## ۲-۵. اعتبارسنجی به روش نظرسنجی از خبرگان

در این قسمت و جهت تعیین اعتبار مدل از نظر خبرگان اختیار معامله، پرسشنامه‌ای تهیه گردیده است. این پرسشنامه شامل ۶ سوال می‌باشد و توسط ۱۰ تن از صاحب‌نظران بحث اختیار معامله تکمیل گردیده است.

این پرسشنامه به گونه‌ای طراحی گردیده است که محتوای سوالات دقیقاً موضوع مورد مطالعه را بسنجد. بدین منظور پس از طراحی مقدماتی پرسشنامه سوالات مربوطه در چندین مرحله مورد بررسی قرار گرفته است و در این رابطه قابل فهم بودن سوالات و مرتبط بودن هدف آزمون با سوالات مطرح شده مورد بررسی قرار گرفته و پس از نهایی شدن پرسشنامه در اختیار خبرگان قرار داده شده است. نتایج این پرسشنامه‌ها به دو صورت تحلیل می‌گردد:

۱- آزمون انحراف استاندارد

۲- آزمون بینم

### ۱-۲-۵. آزمون انحراف استاندارد

جدول تست نتایج انحراف استاندارد به شرح زیر می‌باشد. همانطور که از جدول نتایج مشخص می‌باشد در کلیه موارد مقدار انحراف استاندارد کمتر از یک می‌باشد. یعنی جواب‌ها انحراف زیادی از یکدیگر ندارند و مقدار انحراف استاندارد در حد قابل قبول می‌باشد.

### جدول ۷. نتایج تست آزمون انحراف استاندارد

Item Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
question1	4.70	.483	10
question2	4.10	.738	10
question3	4.20	.632	10
question4	3.90	.568	10
question5	4.10	.738	10
question6	4.20	.632	10

### ۲-۲-۵. تست بینم

برای تحلیل داده‌های پرسشنامه‌های تکمیل شده برای کلیه سوالات فرض‌هایی به شرح زیر تعریف شده است و در کلیه سوالات  $3 \leq \mu$  را به عنوان فرض صفر و  $3 < \mu$  را به عنوان فرض یک قرار داده‌ایم. البته جهت اطمینان بیشتر این فرضیات با نظر سختگیرانه می‌باشد. سوال یک: انتخاب دو مدل بلک-شولز و درخت‌های دوتایی به عنوان مدل‌های معتبر

فرض صفر: دو مدل انتخاب شده جزء معتبرترین مدل‌های قیمت گذاری اختیار معامله نمی‌باشند

جهت انجام محاسبات مربوط به سود و زیان خریداران و فروشندگان اختیار معامله، قیمت اختیار خرید و اختیار فروش سهم‌های فوق با چهار قیمت آتی توافقی مختلف برابر با  $+0.05$ ،  $-0.05$ ،  $+0.10$ ،  $-0.10$  قیمت اولیه سهم توسط روش‌های بلک شولز، درخت‌های دوتایی و روش پیشنهادی مقاله محاسبه گردیده است و سود و زیان خریدار و فروشنده در هر مورد محاسبه گردیده است. جداول نهایی این محاسبات به شرح زیر می‌باشد:

### جدول ۳. سود و زیان اختیار معامله برای قیمت آتی $+0.05$

#### قیمت اولیه

	سود و زیان خریداران اختیار خرید	سود و زیان خریداران اختیار فروش	مجموع کل سود و زیان خریداران اختیار معامله
بلک-شولز	۱۷۲۹۸	۳۹۴۶	۲۱۲۴۴
درخت دوتایی	۱۷۳۰۶	۴۲۴۷	۲۱۵۵۲
روش پیشنهادی	۱۷۲۹۴	۳۸۶۵	۲۱۱۵۹

### جدول ۴. سود و زیان اختیار معامله برای قیمت آتی $-0.05$

#### قیمت اولیه

	سود و زیان خریداران اختیار خرید	سود و زیان خریداران اختیار فروش	مجموع کل سود و زیان خریداران اختیار معامله
بلک-شولز	۱۹۶۹۳	۱۲۳۲	۲۰۹۲۵
درخت دوتایی	۱۹۸۹۸	۱۲۵۷	۲۱۱۵۵
روش پیشنهادی	۱۹۶۹۲	۱۲۲۹	۲۰۹۲۱

### جدول ۵. سود و زیان اختیار معامله برای قیمت آتی $+0.01$

#### قیمت اولیه

	سود و زیان خریداران اختیار خرید	سود و زیان خریداران اختیار فروش	مجموع کل سود و زیان خریداران اختیار معامله
بلک-شولز	۱۶۱۷۶	۵۵۲۹	۲۱۷۰۵
درخت دوتایی	۱۶۱۶۱	۶۳۱۲	۲۲۴۷۳
روش پیشنهادی	۱۶۱۴۳	۵۴۲۳	۲۱۵۶۷

### جدول ۶. سود و زیان اختیار معامله برای قیمت آتی $-0.01$

#### قیمت اولیه

	سود و زیان خریداران اختیار خرید	سود و زیان خریداران اختیار فروش	مجموع کل سود و زیان خریداران اختیار معامله
بلک-شولز	۲۱۰۵۹	۳۰۳	۲۱۳۶۲
درخت دوتایی	۲۱۰۸۸	۳۳۲	۲۱۴۲۰
روش پیشنهادی	۲۰۹۷۷	۳۲۵	۲۱۳۰۱

تنهایی بهتر می‌باشد. به عنوان پیشنهاداتی جهت انجام تحقیقات بیشتر در این زمینه پیشنهاد می‌گردد روی مسائل قانونی اختیار معامله، موسسات نظارتی مورد نیاز در این زمینه و امکان سنجی ورود اختیار معامله آمریکایی به بازار ایران تحقیقاتی انجام گردد.

### منابع

- [1] Hsia, C., "On the Binomial Option Pricing". The journal of financial research, 1983, PP 41-4.
- [2] Olufemi olusola, Odegbile. "Binomial option pricing model". *African Institute for Mathematical Science*, Ross, Sheldon. An elementary introduction to mathematical finance: options and other topics. 2th ed. America: Cambridge university press, 2003.
- [3] Black, F.; Scholes, M., "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of political economy*, vol 86, 1973, P.637.
- [4] Clarkson, Robert; Bank, Cherry. "Some Observations on the Black-Scholes Option Pricing Formula", Dubofsky, David A. options and financial futures: valuation and use. 1th ed. America: Mc Graw-Hill, 1992.
- [5] Garven, James. "Derivation and Comparative Static's of the Black-Scholes Call and Put Option Pricing Formula". *athematical science*, New York university, anuary 15, 2002.
- [6] Greenspan, A., "Financial Derivatives". *Remarks by chairman of federal reserved bank to Futures industry association*, Florida, march 19, 1999.
- [7] Hull, juhn, C., *Options, Futures, and Other Derivatives*. 3th ed. Toronto: University of Toronto, 1997.
- [8] Irwin, Richard D., *Option Volatility and Pricing, Advanced Trading Strategies and Techniques*. 1th ed. America: Mc Graw-Hill companies, 1994.
- [9] McMillan, L. *Options as a Strategic Investment*. 4 th ed. New York:New York institute of finance, 2002.
- [10] Roman, Steven. *Introduction to the Mathematics of Finance: from Risk Management to Options Pricing*. 1th ed. America: springer, 2004.
- [11] Rubinstein, M. "Derivatives Assets Analysis". The journal of economics perspectives, 1987, PP 73-79.

[۱۲] راعی، رضا، سعیدی، علی، "مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک". انتشارات سمت، ۱۳۸۳.

[۱۳] نصیری، رسول، "آموزش گام به گام SPSS13". انتشارات مرکز فرهنگی نشر گستر، ۱۳۸۴.

[۱۴] آفریده، احسان، بررسی روشهای مختلف قیمت‌گذاری اختیار معامله و ارائه روش مناسب. پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر ۱۳۸۵.

فرض یک: دو مدل انتخاب شده جزء معتبرترین مدل های قیمت گذاری اختیار معامله می‌باشند

سوال دو: صحت آنالیز مدل های بلک-شولز و درخت دوتایی

فرض صفر: آنالیز مدل ها صحیح نمی‌باشد

فرض یک: آنالیز مدل ها صحیح می‌باشد

سوال سه: صحت انتخاب volatility به عنوان معیار انتخاب مدل

فرض صفر: volatility معیار مناسبی نمی‌باشد

فرض یک: volatility معیار مناسبی می‌باشد

سوال چهار: کفایت تنوع سهم‌های انتخاب شده جهت محاسبه volatility بازار

فرض صفر: سهم‌های انتخاب شده از تنوع کافی برخوردار نمی‌باشند.

فرض یک: سهم‌های انتخاب شده از تنوع کافی برخوردار می‌باشند.

سوال پنجم: روش محاسبه volatility تا چه حد مناسب پروژه می‌باشد

فرض صفر: روش محاسبه volatility مناسب جهت پروژه نمی‌باشد.

فرض یک: روش محاسبه volatility مناسب جهت پروژه می‌باشد.

سوال ششم: تناسب مدل پیشنهادی جهت بازار ایران

فرض صفر: مدل پیشنهادی مناسب بازار ایران نمی‌باشد.

فرض یک: مدل پیشنهادی مناسب بازار ایران می‌باشد.

نتایج پرسشنامه بر اساس آزمون بینم و با ضریب اطمینان ۰.۹۵ توسط نرم افزار spss تست گردیده است. جدول نتایج به شرح زیر می‌باشد.

### جدول ۸. نتایج تست آزمون بینم

Binomial Test

	Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (1-tailed)
question1	Group 1 <= 3	0	.0	.6	.000 <sup>a</sup>
	Group 2 > 3	10	1.0		
	Total	10	1.0		
question2	Group 1 <= 3	2	.2	.6	.012 <sup>a</sup>
	Group 2 > 3	8	.8		
	Total	10	1.0		
question3	Group 1 <= 3	1	.1	.6	.002 <sup>a</sup>
	Group 2 > 3	9	.9		
	Total	10	1.0		
question4	Group 1 <= 3	2	.2	.6	.012 <sup>a</sup>
	Group 2 > 3	8	.8		
	Total	10	1.0		
question5	Group 1 <= 3	2	.2	.6	.012 <sup>a</sup>
	Group 2 > 3	8	.8		
	Total	10	1.0		
question6	Group 1 <= 3	1	.1	.6	.002 <sup>a</sup>
	Group 2 > 3	9	.9		
	Total	10	1.0		

a. Alternative hypothesis states that the proportion of cases in the first group

همانطور که در مقاله عنوان گردید مدل ارائه شده در این مقاله مدل مناسب جهت قیمت‌گذاری اختیار معامله در ایران می‌باشد و نتایج آن از نتایج به کارگیری روشهای بلک شولز و درخت‌های دوتایی به