IAS2012-16073

یازدهمین کنفرانس انجمن هوافضای ایران
تهران، دانشگاه علوم و فنون هوائی شهید ستاری، ۴-۲ اسفند ماه ۱۳۹۰

مدل‌سازی زیرشبکه و شبیه سازی گردابه‌های بزرگ میدان جریان جت برخوردی آشفته

محمدحسین برقعی [۱]، سید مصطفی حسینعلی پور [۲]، مهدی نویدبخش [۳]

۱و۲و۳- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران- تهران، میدان رسالت، خیابان هنگام

چکیده

هدف از این تحقیق، حل میدان جریان و مطالعه ساختارهای پیچیده جت برخوردی محصور سه بعدی با استفاده از مدل آشفتگی شبیه سازی گردابه‌های بزرگ (LES) می‌باشد. بدین منظور از روش شبکه بولتزمن به عنوان روشی نوین در حوزه دینامیک سیالات محاسباتی به همراه مدل زیرشبکه اصلاح شده اسماگورینسکی استفاده می‌شود. مدل شبکه مورد استفاده در روش شبکه بولتزمن D3Q19 بوده و مدل برخورد به‌کار رفته در آن، مدل زیرتخفیف یگانه می‌باشد. برای سنجش دقت و اعتباربخشی به روش بکار رفته، در ابتدا جریان آشفته در داخل کانال با شرایط مرزی متناوب شبیه‌سازی شده و پس از حصول اطمینان از کارکرد دقیق مدل مورد استفاده، به حل جریان جت برخوردی پرداخته می‌شود. در بخش اول، جریان درون کانال متناوب در سه رینولدز برشی ۱۸۰، ۳۹۵ و ۵۹۰ شبیه‌سازی می‌گردد که مشاهده می‌گردد، پروفیل‌های سرعت میانگین‌گیری شده، دارای تطابق خوبی با پروفیل‌های مورد انتظار هستند. همچنین با افزایش رینولدز برشی، ساختارهای پیچیده‌تری در جریان شکل می‌گیرند. در بخش دوم، جریان جت برخوردی با رینولدز ۱۰۴۰۰ و نسبت منظر ۲.۶ در دو حالت مختلف برای شرایط مرزی کناری، حل می گردد. در حالت اول در دیواره های کناری از شرط مرزی عدم لغزش و عدم نفوذ استفاده شده و در حالت دوم، شرط مرزی تناوبی در این دیوارها به کار رفته است. در حالت اول دو ورتکس دوقلو در زیر ناحیه برخورد تشکیل می شود که محققین بسیاری به صورت آزمایشگاهی نشان داده‌اند که این ورتکس‌ها، نقش بسیار زیادی در فرآیندهای انتقال بر عهده دارند. در حالت دوم با توجه با آنکه دلیلی هندسی برای سه بعدی شدن جریان وجود ندارد، این ورتکس‌ها تشکیل نمی شود. نتایج حاصل از این بخش به خوبی دقت روش شبکه بولتزمن همراه با مدل زیرشبکه اسماگورینسکی- ون‌دریست را برای پیش‌بینی ساختارهای پیچیده شکل‌گیرنده در جریان‌های آشفته مورد تایید قرار می‌دهد.

واژه های کلیدی: *روش شبکه بولتزمن- شبیه‌سازی گردابه های بزرگ- جریان کانال- جت برخوردی- مدل اسماگورینسکی اصلاح شده*

مقدمه

جریان جت برخوردی[1] یک روش منحصر به فرد و چندمنظوره است که ابتدا توسط الپرین (Elperin) [۱] در اوایل دهه شصت پیشنهاد شده و مهیاکننده روشی برای تشدید فرآیندهای انتقال است. در نتیجه‌ی برخورد، یک ناحیه‌ی نسبتا کم عرض و مغشوش ایجاد می‌شود که شرایط مطلوبی را برای افزایش نرخ انتقال حرارت و جرم فراهم می‌کند. از کاربردهای صنعتی این پدیده می‌توان به گرمایش و سرمایش سریع، خشک کردن کاغذ، انجماد بافت ها و غیره اشاره کرد.

آزمایش ها و مطالعات عددی بسیاری بر روی ساختار جریان و مکانیزم انتقال حرارت در جت های برخوردی برای دستیابی به شرایط کاری بهینه در صنایع مختلف و کاربردهای مهندسی صورت گرفته است. اسپارو (Sparrow) و ونگ (Wong) [۲] رابطه همبستگی انتقال جرم برای جریان جت برخوردی در محدوده رینولدز $۱۵۰ < \mathrm{Re} < ۹۵۰$ را با استفاده تکنیک تصعید نفتالین و آنالوژی انتقال حرارت و جرم بدست آوردند. نوسیر (Nosseir) و همکاران [۳] یک محفظه‌ی احتراق جت برخوردی را مورد بررسی قرار دادند و با مشاهده میدان جریان سیال، میدان حاصل از دو جت برخوردی را مطالعه کردند. در این سیستم دو جت از دو ورودی مستطیل شکل که بر روی دیواره‌ی محفظه قرار داشتند وارد می‌شدند. جت‌ها در صفحه‌ی تقارن محفظه به هم برخوردکرده و بر اثر برخورد آن‌ها ورتیسیتی‌هایی تولید می‌شدند که با اندازه‌گیری این ورتیسیتی‌ها مشخص شد که قدرت این ورتیسیتی ها به صورت تناوبی به خاطر پدیده ی کشیده شدن [2] آن‌ها در پایین دست جریان تغییر می کند. همچنین مکانیزم تولید ورتیسیتی و اثرات ابعاد محفظه بررسی گردید. پلات (Plat) و همکاران [۴] یک ارزیابی جامع به صورت تجربی و عددی بر روی انتقال حرارت جت برخوردی انجام دادند. آن‌ها دریافتند که مدل توربولانسی $k-\varepsilon$ استاندارد با توابع دیواره مختلف برای پیشگویی انتقال حرارت در نقطه‌ی سکون و ناحیه‌ی برخورد ناموفق می‌باشد و بنابراین مدل های $k-\varepsilon$ رینولدز پایین پیشنهاد شد. سیدین و همکاران [۵] برای مدل‌سازی میدان جریان و حرارت یک جت برخوردی در یک کانال محصور از مدل‌های $k-\varepsilon$ رینولدز بالا و پایین استفاده نمود. نتایج بدست آمده از مدل‌های $k-\varepsilon$ رینولدز پایین مطابقت بهتری با نتایج آزمایشگاهی نشان دادند. حسینعلی‌پور و موجومدار (Mujumdar) [۶] مدل‌های مختلف $k-\varepsilon$ رینولدز پایین و استاندارد را برای مدل‌سازی میدان جریان و حرارت جریان دو بعدی و آشفته جت برخوردی و روبروی هم به کار گرفتند. همچنین عدد تصحیح‌کننده‌ای برای مدل‌های $k-\varepsilon$ رینولدز پایین پیشنهاد گردید تا اثرات آن بر روی پیش‌بینی انتقال حرارت در یک جت برخوردی بررسی شود. در کار آن‌ها نتایج عددی و آزمایشگاهی در حالت جت برخوردی آرام و آشفته با هم مقایسه شدند. لین (Lin) و همکارانش [۷] یک مطالعه آزمایشگاهی بر روی تاثیر عدد رینولدز و فاصله جدایی جت بر روی ویژگی‌های انتقال حرارت در صفحه هدف انجام داده و جریان جت برخوردی را بر اساس شدت آشفتگی به دو دسته آرام و آشفته طبقه بندی کردند. چانگ (Chung) و همکارانش [۸] با استفاده از شبیه سازی عددی مستقیمِ یک جت برخوردیِ گذرا، به بررسی ویژگی‌های مومنتوم و انتقال حرارت با استفاده از حل معادله ناویر- استوکس برای حالت گذرا و تراکم پذیر پرداختند. در تحقیق مذکور که از روش اختلاف محدود مرتبه بالا در آن استفاده شد، تاثیر ورتیسیتی‌های اولیه و ثانویه بر روی انتقال حرارت موضعی و جریان سیال بررسی گردید.

یکی از موفق‌ترین و پرکاربردترین مدل‌ها برای شبیه سازی دقیق و همچنین مقرون به صرفه جریان های آشفته، روش شبیه سازی گردابه‌های بزرگ می‌باشد. اگرچه پیدایش روش شبکه بولتزمن در اواخر دهه ۸۰

[1] Impinging jet

[2] Stretching

۱- دانشجوی دکترا، ۰۹۱۹۴۲۰۸۷۲۴، borghei@iust.ac.ir
۲- دانشیار
۳- دانشیار

میلادی می باشد، اما اولین قدم در شبیه سازی جریان‌های آشفته با استفاده از این روش به وسیله هو (Hou) و همکارانش [۹] در سال ۱۹۹۶ برداشته شد. ایشان مدل زیر شبکه اسماگورینسکی را در هندسه دو بعدی به کار گرفتند تا جریان های آشفته را در یک حفره دو بعدی شبیه سازی نمایند. سپس ایگلز (Eggels) [۱۰] سعی نمود تا جریان در داخل یک مخزن که توسط پره ای به هم زده می شد را شبیه سازی نماید. وی ابتدا جریان در داخل کانال را با استفاده از شبیه سازی عددی مستقیم و روش شبکه بولتزمن حل نمود و نشان داد که نتایج با دقت خوبی با نتایج منتشر شده توسط کیم (Kim) و همکارانش [۱۱] منطبق است. وی سپس جریان در داخل مخزن را با به کارگیری روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ مدل‌سازی نمود و نشان داد که این روش از پتانسیل بالایی برای شبیه‌سازی جریان‌های آشفته‌ای که در صنعت حائز اهمیت می باشند، برخوردار است. در سال ۲۰۰۳، کرافزیک (Krafczyk) و همکاران [۱۲] برای اولین بار، با استفاده از مدل جبری لزجت گردابه‌ای اسماگورینسکی در چارچوب روش شبکه بولتزمن با زمان آرامش منفرد، جریان حول یک مکعب قرار گرفته بر روی سطح داخلی کانال را شبیه سازی نموده و نشان دادند که نتایج به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی موجود، انطباق بسیار خوبی را نشان می دهد. فریتاس (Freitas) [۱۳] و همکاران در سال ۲۰۰۷، کاربرد روش شبکه بولتزمن را برای شبیه سازی جریان آشفته با استفاده از مدل برخورد معروف BGK و مدل شبکه D3Q19 بررسی کرده و به منظور اعتبار بخشی به مباحث مطرح شده، جریان آشفته توسعه یافته در داخل یک کانال را حل نموده و نتایج آن را با کارهای پیشین مقایسه کردند. نشان داده شد که نتایج بدست آمده به غیر از ناحیه نزدیک دیواره، داری تطابق خوبی با نتایج دیگر محققین است. همچنین فرناندینو (Fernandino) و همکاران [۱۴] در سال ۲۰۰۹، شبیه سازی گردابه های بزرگ جریان آشفته در داخل کانال سه بعدی روباز را با استفاده از روش شبکه بولتزمن تلفیق شده با مدل زیر شبکه اسماگورینسکی انجام دادند. فریتاس [۱۵] در ادامه کار خود، جریان آشفته در داخل کانال را با استفاده از مدل های SRT، MRT و CLB مورد بررسی قرار داد. وی جریان را در رینولدزهای برشی ۲۰۰ و ۳۶۰ شبیه‌سازی نموده و ساختارهای توربولانی آن را به خوبی مشاهده نمود. همچنین، وی قابلیت این شبیه‌سازی را بر روی دو مدل هندسی مختلف D3Q19 و D3Q27 مقایسه نمود.

با توجه به کارهای صورت گرفته، می توان دریافت که تاکنون مدل‌های آشفتگی مختلف و متنوعی برای پیش‌بینی میدان جریان و انتقال حرارت در جریان جت برخوردی به کار گرفته شده است. اما کارهای کمی در زمینه بررسی ساختارهای پیچیده شکل‌گیرنده در آن، به روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، صورت گرفته است. در کار حاضر با استفاده از روش شبکه بولتزمن، کدی عددی به زبان فرترن توسعه می یابد که قادر است جریان‌های آشفته را به کمک مدل‌سازی زیرشبکه و شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، شبیه‌سازی نماید. مدل زیرشبکه به کار رفته، مدل اصلاح شده اسماگورینسکی به منظور تاثیر اثرات دیواره در نواحی نزدیک آن می‌باشد. برای سنجش دقت کد توسعه یافته، در ابتدا جریان درون کانال مطابق با شرایط پیشنهاد شده توسط کیم و همکاران [۱۱] بررسی شده و نتایج اعتباربخشی می‌گردد. سپس به حل جریان جت برخوردی که هدف نهایی این تحقیق می‌باشد، پرداخته شده و خصوصیات و ساختارهای مهم و پیچیده آن در نواحی مختلف جریان، با رسم ساختارهای منسجم، آشکار می‌گردد.

جریان درون کانال

یکی از جریان هایی که به وفور و برای سنجش دقت مدل های آشفتگی مختلف مورد استفاده قرار می گیرد، جریان توسعه یافته در داخل کانال می باشد. این جریان در سال ۱۹۸۷ توسط کیم و همکاران [۱۱] مورد بررسی جامع و کامل قرار گرفته است. از این رو، این هندسه به منظور سنجش دقت و کارایی روش حل عددی به کار رفته در مقاله حاضر به کار گرفته می‌شود. خیمنز (Jimenez) و معین [۱۶] اثبات کرده‌اند که چنانچه نصف ارتفاع کانال برابر با H باشد، کوچکترین ابعادی که می تواند برای شبیه سازی جریان در داخل کانال با شرایط مرزی متناوب مورد استفاده قرار گیرد، به صورت طول $L=\pi H$، ارتفاع $2H$ و عرض $0.289\,\pi H$ می‌باشد که در مقاله حاضر نیز از همین ابعاد استفاده می‌گردد. هندسه این جریان به صورت شکل ۱ است. شایان ذکر است که در حل عددی حاضر از یک شبکه $96\times 92\times 302$ گره‌ای که بالغ بر ۲۵۰۰۰۰۰ گره و مناسب برای انجام شبیه سازی گردابه‌های بزرگ است، استفاده شده است.

عدد رینولدز برشی جریان در این شرایط از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\mathrm{Re}_\tau=\frac{\rho u_\tau H}{\mu} \tag{۱}$$

که در آن H ارتفاع کانال، ρ و μ، به ترتیب، چگالی و ویسکوزیته دینامیکی سیال مورد نظر و $u_\tau=\sqrt{\tau_w/\rho}$ سرعت برشی جریان می‌باشد. گرادیان فشار موجود در جریان که عامل محرک سیال می باشد را می توان مطابق رابطه زیر به سرعت برشی ربط داد.

$$F=-\frac{dP}{dx}\vec{x}=\frac{\tau_w}{H}\vec{x}=\frac{\rho u_\tau^2}{H}\vec{x} \tag{۲}$$

برای محاسبه ی گرادیان فشار در این جریان می توان از رابطه جونز برای جریان های آشفته در داخل کانال بهره گرفت. رابطه جونز، فرمولی را برای ضریب افت فشار درون کانال ارائه می کند:

$$\frac{1}{\sqrt{f_D}}=2\,Log_{10}\left[\frac{2}{3}\mathrm{Re}_{DH}\sqrt{f_D}\right]-0.8 \tag{۳}$$

که در آن f_D طبق رابطه (۴) با گرادیان فشار رابطه دارد.

$$f_D=\frac{\left(-\frac{dP}{dx}\right)D_H}{\frac{1}{2}\rho U_{ave}^2} \tag{۴}$$

در روابط فوق، D_H قطر هیدرولیکی جریان و Re_{DH}، رینولدز بر اساس قطر هیدرولیکی می باشد.

پارامتر مهم دیگری که در جریان آشفته نقشی حیاتی ایفا می کند، رینولدز محلی جریان (y^+) می باشد. این پارامتر به صورت رابطه زیر تعریف می شود:

$$y^+=\frac{y u_\tau}{\nu} \tag{۵}$$

در مدل شبیه سازی گردابه های بزرگ معمولا گفته می شود که y^+ دیواره (نزدیک ترین نقطه به دیوار) می بایست کمتر از یک باشد، اما همانطور که فریتاس [۱۳] بحث کرده و در کار حاضر بررسی شده است، این قید در چهارچوب روش شبکه بولتزمن لزوما برقرار نبوده و با مقادیر بزرگتر y^+ نیز می توان جواب های قابل قبولی به دست آورد.

جریان جت برخوردی

هندسه‌ی جت برخوردی مطابق با کار ون‌هنینگن (Van Heiningen) [۱۷] در رینولدز ۱۰۴۰۰ و نسبت منظر $H/D=2.6$ انتخاب شده است. شماتیک این جریان در شکل ۲ به نمایش در آمده است. در کار حاضر، جریان در دو حالت مختلف از لحاظ شرایط مرزی، در نظر گرفته شده است. در حالت اول در دیواره های کناری از شرط مرزی عدم لغزش و عدم نفوذ استفاده شده و در حالت دوم، شرط های مرزی تناوبی در این دیوارها به کار رفته است. همچنین شرط مرزی عدم لغزش برای دیوار محصورکننده (بالا) و دیوار برخوردی (پایین) به کار گرفته شده است. پروفیل سرعت ورودی یکنواخت در نظر گرفته شده و در خروجی جریان، شرط توسعه‌یافتگی به کار گرفته شده است. شبکه مورد استفاده در شبیه سازی حاضر، یک شبکه $78\times64\times480$ گره ای است که عرض جت ورودی با توجه به نسبت منظر، برابر با ۳۰ در نظر گرفته می‌شود.

روش شبکه بولتزمن

شبکه مورد استفاده در شبیه سازی حاضر، شبکه D3Q19 می‌باشدکه بردارهای سرعت گسسته آن، $\mathbf{e}_a$، در شکل ۳ نشان داده شده است.

معادله بولتزمن گسسته همراه با ضریب زیر تخفیف یگانه را می توان به صورت زیر در نظر گرفت[۱۸]:

$$f_a(\mathrm{x}+\mathrm{e}_a\Delta t, t+\Delta t)=f_a(\mathrm{x},t)-\frac{[f_a(\mathrm{x},t)-f_a^{eq}(\mathrm{x},t)]}{\tau} \qquad (۶)$$

که در آن $f_a(x,t)$ تابع توزیع در مکان x، زمان t و راستای a می باشد. همچنین τ زمان آرامش منفرد و $f_a^{eq}(x,t)$ تابع توزیع تعادلی به شرح زیر می باشد:

$$f_a^{eq}=w_a\rho(\mathrm{x})\left[1+3\frac{\mathrm{e}_a.\mathrm{u}}{c^2}+\frac{9}{2}\frac{(\mathrm{e}_a.\mathrm{u})^2}{c^4}-\frac{3}{2}\frac{\mathrm{u}^2}{c^2}\right] \qquad (۷)$$

که در آن ضرایب وزنی w_a ضریب وزنی در جهت a به شرح زیر می‌باشد:

$$w_a=\begin{cases}1/3 & a=0\\ 1/18 & a=1-6\\ 1/36 & a=7-18\end{cases} \qquad (۸)$$

همچنین $c=\Delta x/\Delta t$ سرعت پایه روی شبکه بوده و از آنجایی که $\Delta x=\Delta t=1$ می باشد، برابر ۱ در نظر گرفته شده است.

ویسکوزیته سینماتیکی ν در مدل D3Q19 به صورت رابطه زیر داده می‌شود.

$$\nu=\left(\tau-\frac{1}{2}\right)c_s^2\Delta t \qquad (۹)$$

که در آن $c_s=1/\sqrt{3}$ برابر سرعت صوت در شبکه بولتزمن می باشد.

بر اساس قوانین بقای جرم و ممنتوم، چگالی و سرعت ماکروسکوپیک و فشار را می توان از روابط (۱۰-۱۲) محاسبه نمود.

$$\rho=\sum_{a=0}^{18}f_a \qquad (۱۰)$$

$$\rho\,\mathbf{u}=\sum_{a=0}^{18}\mathbf{e}_a f_a \qquad (۱۱)$$

$$p=\rho c_s^2 \qquad (۱۲)$$

جزئیات بیشتر این روش در مراجع [۱۸و۱۹] آمده است.

شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ

مدل اسماگورینسکی (Smagorinsky) [۲۰] اولین مدل مقیاس زیرشبکه بوده و هنوز هم بطور گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. همانند اکثر مدل های مقیاس زیر شبکه موجود، این مدل نیز از مفهوم ویسکوزیته گردابی استفاده می‌کند که بخش بی اثر (تانسور کروی) تانسورهای مقیاس زیر شبکه τ_{ij}^a، را به نرخ کرنش میدان سرعت حل شدنی $\overline{S}_{ij}$ مربوط می‌سازد.

$$\tau_{ij}^a=\tau_{ij}-\frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk}=-2\nu_t\overline{S}_{ij} \qquad (۱۳)$$

با فرض تعادل (مقیاس‌های کوچک تمام انرژی دریافتی از مقیاس‌های بزرگ را بطور آنی و بسیار سریع مستهلک می‌کنند) رابطه‌ای برای لزجت گردابی به صورت زیر حاصل می‌گردد.

$$\nu_t=(C_s\Delta)^2\left|\overline{S}\right| \qquad (۱۴)$$

که در آن C_s ضریب اسماگورینسکی، $\left|\overline{S}\right|=(2\overline{S_{ij}}\,\overline{S_{ij}})^{1/2}$ و Δ پهنای فیلتر می باشد که برابر با اندازه شبکه در نظر گرفته شده و به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\Delta=\left(\Delta_x\Delta_y\Delta_z\right)^{1/3}=\left(\Delta V_{ijk}\right)^{1/3} \qquad (۱۵)$$

همانطور که پیشتر نیز ذکر گردید در کار حاضر از مدل اصلاح شده اسماگورینسکی به منظور تاثیر اثرات دیواره در نواحی نزدیک آن، استفاده می‌گردد. بدین منظور از تابع استهلاک ون دریست همراه با مدل زیرشبکه اسماگورینسکی، استفاده می‌شود. چون نوسانات توربولانس مقیاس های زیر شبکه ای در نزدیکی دیواره به سمت صفر میل می‌کند، لذا ویسکوزیته گردابی ν_t نیز باید به سمت صفر میل نماید. برای این منظور یک تابع استهلاک (تابع استهلاک ون دریست f_μ) به فرم زیر در نظرگرفته می‌شود:

$$f_\mu=1-\exp\left(\frac{-y^+}{26}\right) \qquad (۱۶)$$

این رابطه از مدل های آماری بدست می‌آید.

پس از تعریف تابع استهلاک f_μ، و به منظور اعمال آن بر ویسکوزیته گردابی، در رابطه (۱۴) بجای ضریب C_s از ضریب $C_s f_\mu$ استفاده می‌گردد. بنابراین مقدار لزجت آشفتگی زیرشبکه در مدل اسماگورینسکی- ون‌دریست به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\nu_t=\left(C_s f_\mu\Delta\right)^2\left|\overline{S}\right| \qquad (۱۷)$$

از آنجایی که زمان آرامش طبق رابطه (۹) در رابطه با لزجت است، کافی است پس از محاسبه لزجت کلی، زمان آرامش کلی را محاسبه نمود تا اثرات آشفتگی در معادلات بولتزمن وارد شود. بنابراین:

$$\nu_{total}=\nu_0+\nu_t=\frac{1}{3}\left(\tau_{total}-\frac{1}{2}\right)\Delta t \qquad (۱۸)$$

با در نظر گرفتن روابط (۱۷) و (۱۸)، رابطه ای برای τ_{total} به صورت زیر به دست خواهد آمد.

$$\tau_{total}=\tau_0+\tau_t=\tau_0+3\frac{\nu_t}{\Delta t}=\tau_0+3\frac{\left(C_s f_\mu\Delta\right)^2\left|S\right|}{\Delta t} \qquad (۱۹)$$

تانسور نرخ کرنش مستقیما از مقادیر تابع توزیع به دست آید. بدین منظور ابتدا می بایست که شارهای ممنتوم[3] (که ممان های مرتبه دوم توابع توزیع غیرتعادلی می باشند) از رابطه زیر بدست آیند[۹]:

$$Q_{ij} = \sum_{a} e_{ai} e_{aj} \left(f_a - f_a^{eq} \right) \qquad (۲۰)$$

در این صورت، تانسور نرخ کرنش را می توان از رابطه (۲۱) محاسبه نمود.

$$S_{ij} = -\frac{1}{2\rho_0 c_s^2 \tau_{total}} Q_{ij} \qquad (۲۱)$$

با انجام یک سری محاسبات جبری، اندازه تانسور نرخ کرنش به صورت زیر بدست می‌آید:

$$|S| = \frac{-c_s^2 \delta t\, \tau_0 + \sqrt{c_s^4 \delta_t^2 \tau_0^2 + 2\delta t \left(C_s f_\mu \Delta \right)^2 |Q|}}{2\left(C_s f_\mu \Delta \right)^2} \qquad (۲۲)$$

پس از محاسبه اندازه تانسور نرخ کرنش از مقادیر توابع توزیع و با استفاده از رابطه (۱۹) می توان زمان آرامش را محاسبه نمود.

شرط اولیه

برای شبیه‌سازی جریان‌های آشفته به ویژه به وسیله روش‌های حل عددی مستقیم و شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، می‌بایست یک شرایط اولیه مغشوش‌شده را در نظر گرفت. از آنجایی که معادله پیوستگی حاکم بر جریان به صورت دیورژانس سرعت برابر صفر می باشد، میدان اغتشاشی اولیه نیز باید دارای دیورژانس صفر باشد. از این رو، در کار حاضر، با حل معادله لاپلاس بر روی میدان با شرایط مرزی تصادفی و سپس مشتق گیری از آن، میدان اغتشاشی مورد نظر آماده می‌گردد. شایان ذکر است که بزرگترین مقدار اغتشاش درون میدان برابر با ۰.۰۱ سرعت مشخصه جریان در نظر گرفته شده است.

با اجرای شبیه‌سازی، میدان جریان به یک میدان کاملا آشفته تبدیل می‌گردد. شبیه‌سازی تا جایی ادامه پیدا می‌کند که جریان به صورت آماری پایا شده و جریان چندین مرتبه، کل میدان را جاروب نماید. به طور مثال، در جریان داخل کانال با شرایط مرزی تناوبی، واحد زمان به صورت زمانی که طول می‌کشد تا یک ذره با سرعت میانگین جریان، نصف ارتفاع کانال (H) را طی کند، تعریف می شود.

شرایط مرزی

به کار بردن صحیح شرایط مرزی در روش‌های عددی از اهمیت بالایی برخوردار است. با توجه به اینکه روش شبکه بولتزمن روشی ریز مقیاس بوده و خواص ماکروسکوپیک نظیر سرعت و فشار، از توابع توزیع که دارای معادلات مربوط خود می باشند بدست می آیند، بنابراین نمی‌توان مانند روش‌های مرسوم در CFD، شرایط مرزی را توسط کمیت‌های ماکروسکوپیک اعمال کرد. به عنوان مثال شرط عدم لغزش معمولا با صفر قرار دادن سرعت ماکروسکوپیک سیال در دیواره اعمال می شود. اما در روش شبکه بولتزمن، تابع توزیع ذره در دیواره را طوری تعیین می کنند که منجر به صفر شدن سرعت ماکروسکوپیک (عدم لغزش) روی دیواره شود. در تمامی انواع شرایط مرزی، می توان شرایط را به سادگی استخراج نمود. تنها در حالتی که شرط مرزی سرعت (فشار) معلوم مد نظر باشد، این عمل کمی با دشواری همراه است. بدین منظور شرایط به کار رفته در این حالت، مطابق با روش پیشنهادی هکت (Hecht) و همکاران [۲۱] در این بخش بررسی می گردد.

بردارهای سرعت گسسته در مدل شبکه D3Q19، به صورت شکل ۳ می‌باشد. با توجه به شکل و به عنوان مثال، چنانچه مقدار سرعت در مرز $x=0$ با مولفه‌های v_x، v_y و v_z، مشخص باشد، مقادیر مجهول f_1، f_7، f_8، f_9، f_{10} و ρ را به‌گونه‌ای باید بدست آورد تا پس از انتگرال‌گیری، مقادیر مطلوب بر روی مرز به وجود آیند. با توجه به آنکه تنها ۴ معادله در دست می باشد، می‌بایست شرط های اضافه‌ای را در نظر گرفت. با استفاده از فرض پرش به عقب برای متغیر غیرتعادلی تابع توزیع، می توان مقادیر مجهول را به صورت زیر به دست آورد.

$$\begin{aligned}
f_1 &= f_2 + \frac{1}{3}\rho v_x \\
f_8 &= f_{11} + \frac{\rho}{6}(v_x - v_y) + N_y^x \\
f_7 &= f_{12} + \frac{\rho}{6}(v_x + v_y) - N_y^x \\
f_9 &= f_{14} + \frac{\rho}{6}(v_x + v_z) - N_z^x \\
f_{10} &= f_{13} + \frac{\rho}{6}(v_x - v_z) + N_z^x
\end{aligned} \qquad (۲۳)$$

که در آن

$$\begin{aligned}
N_y^x &= \frac{1}{2}[f_3 + f_{15} + f_{16} - (f_4 + f_{17} + f_{18})] - \frac{1}{3}\rho v_y \\
N_z^x &= \frac{1}{2}[f_5 + f_{15} + f_{17} - (f_6 + f_{16} + f_{18})] - \frac{1}{3}\rho v_y
\end{aligned} \qquad (۲۴)$$

و چگالی به صورت رابطه (۲۵) است.

$$\rho = \frac{1}{v_x + 1}\begin{bmatrix} f_0 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_{15} + f_{16} + \\ f_{17} + f_{18} + 2\left(f_2 + f_{11} + f_{12} + f_{13} + f_{14}\right) \end{bmatrix} \qquad (۲۵)$$

برای دیگر مرزها نیز می توان روش مشابهی را در نظر گرفت و مقادیر مجهول توابع توزیع را با توجه به معادلات حاکم، بدست آورد.

نتایج

برای اعتبار بخشی به روش مورد استفاده، نتایج حاصل از شبیه سازی های صورت گرفته برای جریان کانال با شرایط مرزی تناوبی در سه رینولدز برشی ۱۸۰، ۳۹۵ و ۵۹۰ ارائه می شود.

شایان ذکر است که با توجه به شبکه به کار رفته، مقادیر سرعت‌های برشی و y^+ دیواره مطابق با جدول ۱ است.

جدول۱- مقادیر سرعت برشی و رینولدز محلی دیواره در سه حالت شبیه‌سازی

Re_τ	u_τ	y^+_{wall}
۱۸۰	۰.۰۰۶۵	۱.۸۸
۳۹۵	۰.۰۰۵۷۸	۴.۱۱
۵۹۰	۰.۰۰۵۴۷	۶.۱۵

شکل‌های۴ تا ۶ پروفیل‌های سرعت میانگین‌گیری شده‌ی جریان درون کانال را در رینولدزهای برشی ۱۸۰، ۳۹۵ و ۵۹۰ نشان می‌دهند. در هر حالت، نتایج به‌دست آمده با نتایج ارائه شده توسط کیم [۱۱]،

---

3 Momentum fluxes

نیکورادزه (Nikuradse) [۲۲]، کولز (Coles) و هیرست (Hirst) [۲۳] و اکلمان (Eckelmann) [۲۴] مقایسه شده است.

نیکودرازه [۲۲] برای پروفیل جریان بر روی یک دیواره تخت و صاف در ناحیه لگاریتمی که به صورت رابطه (۲۶) است، ضرایب $\kappa \approx 0.4$ و $B \approx 5.5$ را پیشنهاد نمود.

$$u^{+} = \frac{1}{\kappa}\ln\left(y^{+}\right) + B \qquad (۲۶)$$

درحالی‌که تحقیق‌های جدیدتر، مثل کار کولز و هیرست [۲۳] ضرایب $\kappa \approx 0.41$ و $B \approx 5.1$ را پیشنهاد می‌کنند.

مشاهده می‌شود که در هر سه رینولدز، تطابق خوبی بین نتایج به‌دست آمده و نتایج گزارش شده وجود دارد. به طور کلی در ناحیه زیر لایه آرام، تطابق عالی با نتایج کیم وجود داشته و در ناحیه قانون لگاریتمی، بهترین همخوانی با نتایج کولز و هیرست مشاهده می‌شود. نکته قابل توجه اینجاست که با افزایش رینولدز برشی، به دلیل افزایش مقدار y^{+} دیواره، دقت حل کاهش یافته و نتایج، نسبت به نتایج مورد انتظار، کمی انحراف نشان می‌دهند.

ساختارهای منسجم جریان‌های فوق در شکل‌های ۷ تا ۹ نشان داده شده است. ساختارهای منسجم را می‌توان به صورت سطوح تراز پارامتر Q با تعریف زیر، فرض نمود.

$$Q = -\frac{1}{2}\left(S_{ij}S_{ij} - \Omega_{ij}\Omega_{ij}\right) \qquad (۲۷)$$

که در آن $S_{ij} = 1/2\left(u_{i,j} + u_{j,i}\right)$ و $\Omega_{ij} = 1/2\left(u_{i,j} - u_{j,i}\right)$ مولفه‌های متقارن و پادمتقارن تانسور تغییر شکل هستند.

با توجه به شکل‌های ۷ تا ۹ مشاهده می‌شود که روش به کار گرفته شده قادر است تا ساختارهای پیچیده جریان های آشفته را به خوبی پیش بینی نماید. با مقایسه آن‌ها می توان دریافت که با افزایش رینولدز جریان، ساختارهای پیچیده‌تری در جریان شکل گرفته و علی رغم آنکه دلیلی هندسی برای سه بعدی شدن جریان وجود ندارد، جریان سه بعدی می‌شود. دلیل این مطلب سه بعدی بودن ذات جریان‌های آشفته و کشیدگی و خمش المان‌های سیال در داخل آن می باشد.

شکل ۱۰ ساختار های منسجم شکل گرفته در جریان جت برخوردی را در دو حالت شرط مرزی برای دیواره‌های کناری، نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که این ساختارها با اندازه سرعت رنگ شده اند. همانطور که در شکل ۱۰ الف مشخص است، دو ورتکس دوقلو در زیر ناحیه برخورد و در راستای عمود بر جهت جریان و عرض شکاف، تشکیل می‌شود. محققین به صورت آزمایشگاهی نشان داده اند که این ورتکس‌ها که در خلاف جهت هم می‌چرخند، نقش بسیار زیادی در فرآیندهای انتقال بر عهده دارند. این دو ورتکس کمی پایین‌تر از نازل به علت وجود لایه‌ی برشی ایجاد می‌شوند و پس از رسیدن به ناحیه‌ی برخورد به علت افزایش فشار و شتاب‌گرفتن جریان، در جهت طولی کشیده می‌شوند. در پایین ناحیه چرخشی اولیه و بالای ناحیه‌ی شتاب‌گیری تعدادی ورتکس سنجاقی ایجاد می‌شوند و با رفتن به سمت پایین‌دست جریان، اندازه‌ی این ورتکس‌ها به تدریج کاهش یافته و در نتیجه ناپدید می‌شوند. همچنین، ورتکس‌های لوله‌ای که در ناحیه‌ی چرخشی ثانویه تشکیل می شوند، با رفتن به سمت پایین‌دست ناپدید می‌شوند. این ورتکس‌ها به خوبی در شکل ۱۰ الف قابل مشاهده اند.

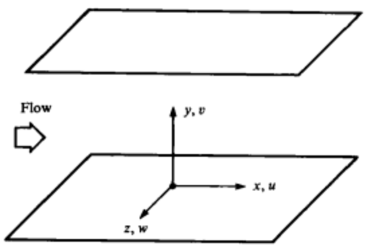
نکته قابل توجهی که با دقت در شکل ۱۰ ب مشخص است، عدم تشکیل ورتکس دوقلو می‌باشد. در این جریان با توجه با آنکه دلیلی هندسی برای سه بعدی شدن جریان وجود ندارد، عدم تشکیل این ورتکس ها دور از انتظار نمی باشد. اما با توجه به آنکه جریان‌های آشفته در ذات خود سه بعدی بوده و کشیدگی ورتکس ها و المان های سیال، جریان در جهت سوم را تولید می نماید، جریان مورد بحث در بعد سوم گسترش می‌یابد.

در نهایت و به منظور بررسی ایده فوق، جریان آرام در شرایط تناوبی بودن مرزهای کناری بررسی شده و مشخص گردید که جریان هرگز سه بعدی نشده و تئوری سه بعدی بودن جریان های آشفته تایید می گردد. نتیجه شبیه‌سازی جریان جت برخوردی آرام در رینولدز ۱۰۰ در شرایط تناوبی بودن مرزهای کناری، در شکل ۱۲ نشان داده شده است.

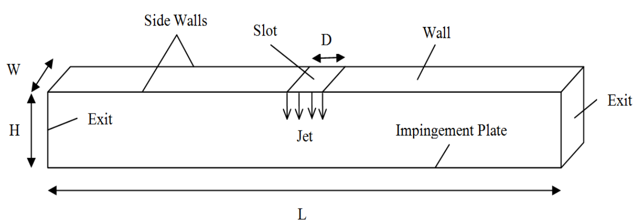
نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، روش شبکه بولتزمن همراه با مدل زیرشبکه اسماگورینسکی- ون‌دریست برای شبیه‌سازی جریان‌های آشفته به کار گرفته شد. برای سنجش دقت و سرعت روش به کار رفته، جریان در داخل کانال با شرط مرزی متناوب به عنوان یک جریان استاندارد، شبیه سازی شده و نتایج بدست آمده صحه گذاری گردید. سپس جریان جت برخوردی آشفته در دو حالت شرط مرزی شبیه سازی شده و نشان داده شد که در حالتی که در طرفین جت از شرط مرزی دیوار استفاده گردد، ورتکس‌های دوقلویی در ناحیه برخورد شکل می‌گیرد که نقش زیادی در فرآیندهای انتقال (به عنوان مثال، خنک‌کاری موضعی) دارند. در نهایت، این شبیه‌سازی‌ها نشان داد که روش شبکه بولتزمن همراه با مدل‌زیر شبکه اسماگورینسکی- ون‌دریست، می تواند به عنوان ابزاری کارا و قابل اطمینان در حل جریان‌های آشفته مورد استفاده قرار بگیرد.

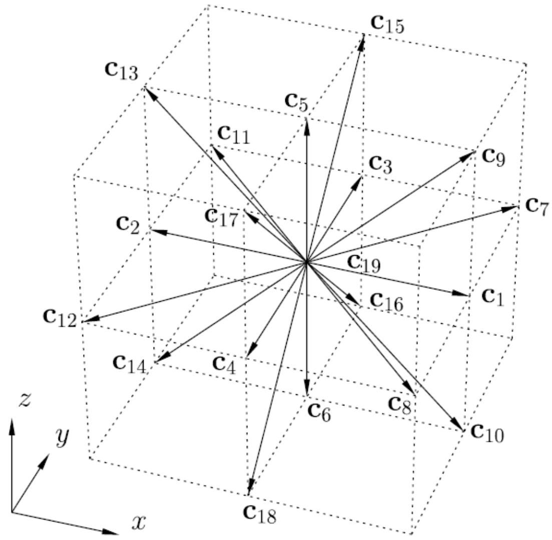
شکل‌ها و نمودارها



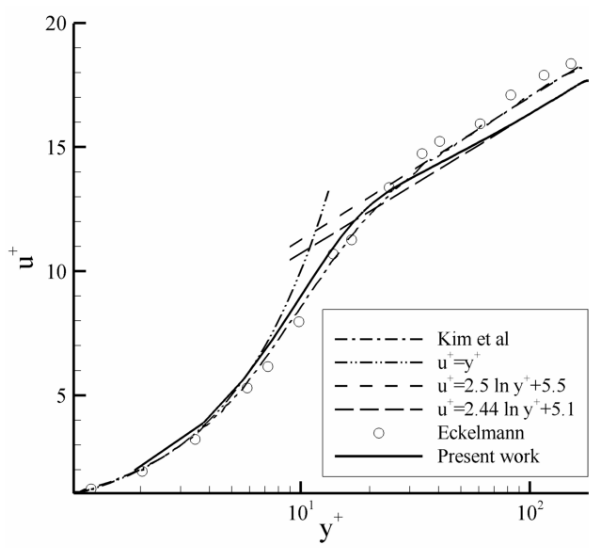
شکل ۱- هندسه جریان در داخل کانال



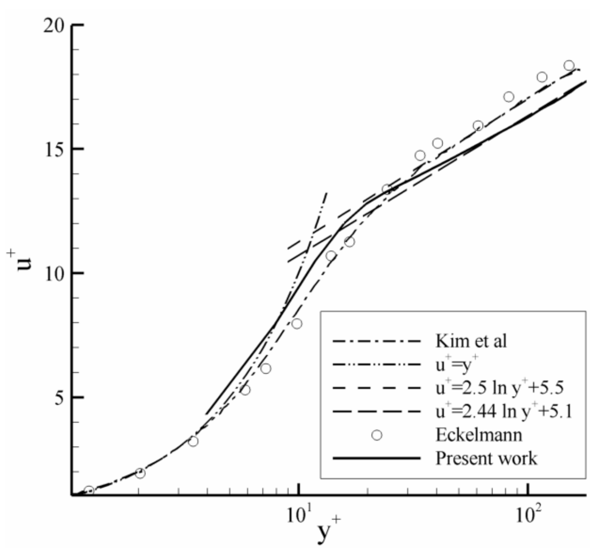
شکل۲- هندسه جریان جت برخوردی



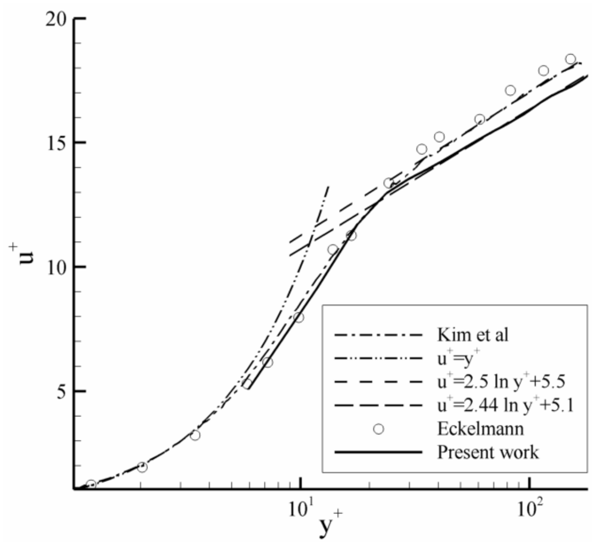
شکل۳- هندسه مدل شبکه D3Q19 همراه با بردارهای سرعت C_i [۲۱]



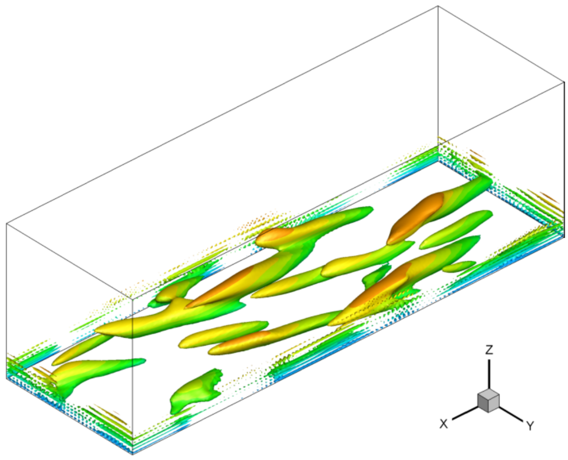
شکل۴- پروفیل سرعت میانگین‌گیری شده در رینولدز برشی ۱۸۰



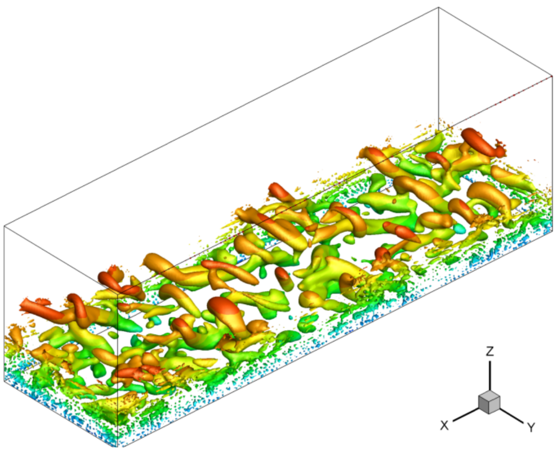
شکل۵- پروفیل سرعت میانگین‌گیری شده در رینولدز برشی ۳۹۵



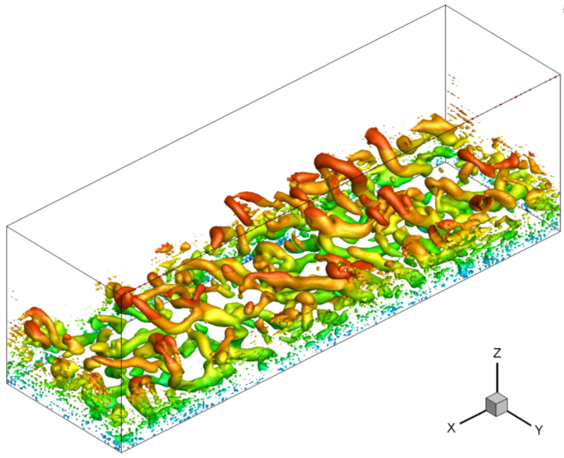
شکل۶- پروفیل سرعت میانگین‌گیری شده در رینولدز برشی ۵۹۰



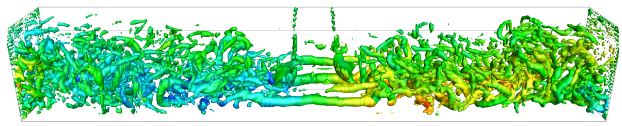
شکل۷- سطوح تراز پارامتر Q در رینولدز برشی ۱۸۰



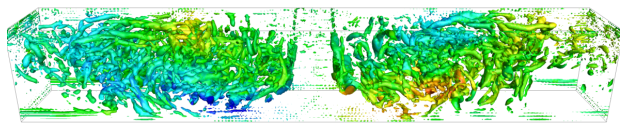
شکل۸- سطوح تراز پارامتر Q در رینولدز برشی ۳۹۵



شکل۹- سطوح تراز پارامتر Q در رینولدز برشی ۵۹۰

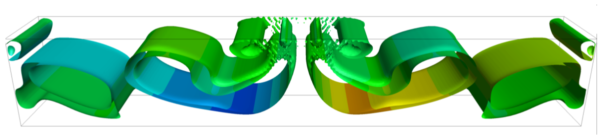


(الف)



(ب)

شکل ۱۰- ساختار های منسجم در جریان جت برخوردی در دو حالت الف) شرط مرزی دیوار ب) شرط مرزی تناوبی



شکل۱۱- سطوح تراز پارامتر Q در شرایط جریان با مرزهای تناوبی در رینولدز ۱۰۰

مراجع

1. Elperin, I.T, Heat and mass transfer in opposing currents. *J. Eng. Phys*., v. 6, 1961, pp. 62-68 (In Russian).
2. Sparrow .E.M. and Wong . T.C., Impingement transfer coefficients due to initially laminar slot jets, *Int. J. Heat Mass Transfer*, v. 18 ,1975, pp. 597-605.
3. Nosseir, N. S. and S. Behar, Characteristics of Jet Impingement in a Side-Dump Combustor, *AIAA Journal*, Vol. 24, 1986, pp. 1752-1757.
4. Plat . S., Huang. B., Mujumdar .A.S. and Douglas .W.J., Numerical flow and heat transfer under impinging jets, *Annual Review of Numerical Fluid Mechanics and Heat Transfer 2*, 1989, pp. 157–197.
5. Seyedein, S.H., Hasan, M. and Mujumdar, A.S., Modelling of a single confined turbulent slot jet impingement using various k-& turbulence models, *Applied Mathematical Modeling*, v. 18, 1994, pp. 526-537.
6. Hosseinalipour, S.M. and Mujumdar, A.S., Comparative evaluation of different turbulence models for confined impinging and opposing jet flows, *Numerical Heat Transfer, Part A*, v. 28, 1995, pp. 647-666.
7. Lin . Z.H., Chou . Y.J. and Hung . Y.H., Heat transfer behaviors of a confined slot jet impingement, *Int. J. Heat Mass Transfer* ,1997, pp. 1095–1107.
8. Chung . Y.M., Luo . K.H. and Sandham .N.D., Numerical study of momentum and heat transfer in unsteady impinging jets, *Int. J. Heat Fluid Flow*, v. 23, 2002, pp. 592–600.
9. Hou S, Sterling J, Chen S ans Doolen GD, A lattice boltzmann subgrid model for high reynolds number flows, *Fields Inst.Commun*.v. 6, 1996, pp. 151-166.
10. Eggels JGM. Direct and large-eddy simulation of turbulent fluid flow using the lattice-boltzmann scheme. *Int J Heat Fluid Flow*, v. 17, n. 3, 1996; pp. 307-323.
11. Kim, J., Moin, P., Moser, R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 177, 1987, pp. 133-166.
12. Krafczyk, M., Tölke, J. and Luo, L.-S. Large-eddy simulations with a multiple-relaxation-time LBE model, *International Journal of Modern Physics B*, v. 17 n. 1-2, 2003, pp. 33-39.
13. Freitas . R.K., Schroder . W., and M. Meinke, Investigation of Lattice Boltzmann Methods for LES, *Progress in Turbulence II*, v. 109, 2007, pp. 279-283.
14. Fernandino M., Beronov K., Ytrehus T., Large eddy simulation of turbulent open duct flow using a lattice Boltzmann approach, *Mathematics and Computers in Simulation*, v. 79, 2009, pp. 1520–1526.
15. Freitas R., Henze A.,Meinke M., Schroder W., Analysis of Lattice-Boltzmann methods for internal flows, *Computers & Fluids*, v. 47, 2011, pp. 115-121.
16. Jimenez, J. and Moin, P., Minimal flow unit in near-wall turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 225, 1991, pp. 213-240.
17. Van Heiningen . A.R.P, *Heat transfer under an impinging slot jet*, Ph.D. Thesis, Department of Chemical Engineering, McGill University, Montreal, Quebec, Canada, 1982.
18. Chen, S. and Doolen G.D., Lattice Boltzmann method for fluid flows. *Annual Review of Fluid Mechanics* , v. 30, 1998, pp. 329-364.
19. Succi S., *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*, Clarondon Press, Oxford, 2001.
20. Smagorinsky .J., General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly weather review*,v. 91, n. 3, 1963, pp. 99–164.
21. Hecht. M. and Harting .J. ,Implementation of on-site velocity boundary conditions for D3Q19 lattice Boltzmann simulations, *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2010.
22. Nikuradse, J. ,Stromungsgesetze in rauhen Rohren, Forsch.Arb. Ing.-Wes., n. 361, 1933.
23. Coles,D.E. and E.A.Hirst ,Computation of Turbulent Boundary Layers, *AFOSRIFP Stanford Conference*., 1968.
24. Eckelmann, H. ,The structure of the viscous sublayer and the adjacent wall region in a turbulent channel flow" *J.Fluid Mech*. V. 65, 1974, 439.